# کتاب

# راهنمای تدریس

# ریاضیات چهارم دبستان

**مؤلفان:**

**خسروداودی، آرش رستگار، ابراهیم ریحانی، شفیقه صفاری و**

**وحید عالمیان**

**۱۳۹۳**

# بخش ۱

## دیدگاه های آموزشی

## و

## کلیات برنامهٔ درسی

## ریاضی ابتدایی

# دیدگاه‌های آموزشی

**مقدمه**

وقتی دربارهٔ آموزش ریاضی بحث و تبادل نظر می‌شود، اولین سؤالی که مطرح می‌شود در مورد چیستی ریاضیات است. پاسخ به این سؤال برخاسته از دیدگاه‌های فلسفی است. فلسفه در مورد این که «ریاضیات چیست؟» نظرات متفاوتی در طول تاریخ داشته‌اند. به طور کلی می‌توان این دیدگاه را به دو دستهٔ اساس‌گرایی و انسان‌گرایی طبقه‌بندی کرد. اگر بخواهیم اساس‌گرایی را بنای فلسفی ریاضیات قرار دهیم، ماهیت ریاضی آن چنان است که گویی موجودات ریاضی، واقعی هستند، وجودشان کاملاً مستقل از شناخت ما از آنها و مستقل از ذهن ما، یک واقعیت عینی و خارجی است. ریاضیات را نه تنها باید برای نیازهای روزانه آموخت، بلکه آن را چنان فرا گرفت که بتوان با دیدهٔ روح، ذات و ماهیت عددها را رؤیت کرد. اما از دیدگاه انسان‌گرایی، ریاضیات یک فعالیت بشری و ساختهٔ بشر است. انسان‌ها می‌توانند از این مسیر به آن دست یابند. بنابراین شروع آموزش هر ایده و مفهوم باید از دنیای طبیعی و به وسیلهٔ حس و تجربه انجام گیرد. و دیگر این که ریاضیات آموزش‌پذیر است و برنامهٔ درس ریاضی به روش‌شناسی علوم تجربی توجه می‌کند. حدس، آزمایش و تجربه، جمع‌آوری اطلاعات، تنظیم داده‌ها و استقرای علوم تجربی و حدسیه سازی در برنامهٔ درسی و تدریس ریاضی نقش مهمی دارد. در نتیجه تدریس ریاضی به تعاریف، اصل موضوع، قضیه‌ها و اثبات‌ها محدود نمی‌شود. پشت صحنهٔ ریاضی نه تنها حذف نمی‌شود. بلکه شروع کار ریاضی محسوب می‌شود.

این دیدگاه ریاضیات را با همهٔ ابعاد فرهنگ و تمدن بشر مرتبط می داند، بنابراین ریاضیات در متن آموزش‌های فرهنگی، اجتماعی و تاریخی قرار دارد. به این لحاظ آموزش ریاضی با حوزه‌های دیگر دانش، علوم اجتماعی، علوم رفتاری، علوم تجربی و علوم انسانی مرتبط و درگیر است. برنامهٔ درسی فعلی ریاضی با نگاهی انسان گرا یا فرد مبتنی بر تفکر شناختی طراحی و برنامه‌ریزی شده است. در دیدگاه شناخت‌شناسانه به ریاضیات، آنچه حاصل کار ریاضی است، تأثیر آن بر رشد ساختارشناختی فرد است. مهم نیست دانش‌آموز چه مفاهیمی را کشف کرده و یا با چه مفاهیمی ارتباط برقرار کرده و چه مهارت‌هایی را کسب کرده است و یا چه دیدگاهی نسبت به

نقش ریاضیات در تمدن بشری دارد؛ آن چه اهمیت دارد این است که انجام دادن ریاضیات چه مقدار دانش‌آموز را داناتر می‌کند و او را برای یادگیری چه مفاهیمی توانمند می‌سازد و ساختار شناختی او را چگونه رشد می‌دهد. بنابراین در این دیدگاه تأثیر تربیتی ریاضیات بر ساختار شناختی دانش‌آموز مورد تأکید است.

از آنجا که دانش‌آموزان سبک‌های شناختی مختلفی دارند، مهم است که موقعیت‌های حل مسئله ریاضیات هر دو تفکر هندسی و جبری را در برگیرد. آموزش از طریق حل مسئله در نظام آموزشی فعلی در سطح دبستان مورد تأکید بیشتری است، چرا که در این سنین بیشتر در دسترس است. در ادامه پس از معرفی سبک‌های شناختی دانش‌آموزان محورهای اصلی برنامهٔ درسی و رویکردهایی که مورد نظر مؤلفان در تدوین کتاب‌های درسی بوده است، مرور می‌شود.

## سبک‌های شناختی در آموزش ریاضی

در طراحی محتوای آموزشی بسیاری تصور می‌کنند که دانش‌آموزان یادگیری مشابهی دارند. این دیدگاه به قضاوت‌های فردی در سبک‌های شناختی توجهی نمی‌کند. سبک‌های شناختی را می‌توان روش فرد در دسته‌بندی و تحلیل اطلاعات در مسیر تفکر تعریف کرد. سبک‌های شناختی ربطی به هوش افراد ندارند و تفاوت‌های کیفی افراد را در روند تفکر توضیح می‌دهند نه تفاوت‌های کمی. در اینجا برآن هستیم که روش‌های تدریس و آموزش را بر سبک‌های شناختی و سبک‌های یادگیری را بشناسیم. ارتباط بین روش‌های یادگیری و سبک‌های شناختی مورد مطالعه قرار خواهند گرفت و روش‌هایی طراحی خواهد شد که طراحان آموزشی ارتباط روش‌های یادگیری و سبک‌های شناختی را در جهت مؤثرتر و کارآمدترشدن تدریس به کار ببرند.

## سبک‌های شناختی

معمولاً سبک‌های شناختی را زیر چتر سبک‌های یادگیری قرار می‌دهند. اما سبک‌های شناختی روش فرد در بسته‌بندی و تحلیل اطلاعات را توصیف می‌کنند. از آنجا که سبک‌های شناختی ربطی به سطح هوشی افراد ندارند، می‌توان سبک‌های شناختی را متمایز از توانایی شناختی تصور کرد. با رشد توانایی شناخت، توانایی انجام تمام موضوع‌های یادگیری بالا خواهد رفت. اما تأثیر سبک‌شناختی روی یک موضوع یادگیری می‌تواند مثبت یا منفی باشد. بعضی سبک‌ها برای بعضی موضوع‌های یادگیری مناسبند و برخی مناسب نیستند. پس سبک‌های شناختی تفاوت‌های کیفی افراد را در روند تفکر توصیف می‌کنند نه تفاوت‌های کمی را. بیش از بیست نوع سبک شناختی تاکنون تشخیص داده شده است اما مهم‌ترین سبک‌های شناختی کل‌نگر در برابر جزءنگر و کلاسی در برابر تصویری هستند.

### سبک‌شناختی کل‌نگر در برابر جزءنگر

این سبک‌شناختی منش دانش‌آموز را دسته‌بندی و ساختاردهی به اطلاعات را بیان می‌کند. بعضی دانش آموزان داده‌ها را به اجزاء آن تجزیه می‌کنند که آنان را جزءنگر می‌نامیم. دیگران نگاهی سرتاسری به داده‌ها دارند که آنان را کل‌نگر می‌نامیم. برای کل‌نگرها این خطر وجود دارد که تمایز بین اجزاء در ذهن آنان از بین برود و کم

رنگ شود. برای جزءنگرها تقسیم کل به اجزاء ممکن است به قیمت انتخاب یکی از ابعاد کل از دیگر ابعاد باشد و اهمیت آن یک بعد بزرگ‌نمایی شود.

**سبک شناختی کلامی در برابر تصویری**

بُعد کلامی و تصویری دربارهٔ روش دانش‌آموز برای نمایش داده‌ها در حافظه در طول روند تفکر صحبت می‌کند. کلامی‌ها داده‌هایی را که می‌بینند، می‌شوند و می‌خوانند را به صورت کلامی در نظر می‌گیرند. اما تصویری ها اطلاعات را به زبان تصاویر ذهنی ذخیره می‌کنند. روش‌هایی برای تشخیص سبک شناختی وجود دارند که سبک شناختی افراد را به سرعت و سادگی مشخص می‌کنند.

**سبک‌های شناختی و یادگیری موفق**

به نظر می‌رسد که سبک شناختی کل‌نگر - جزءنگر به ساختار و دسته‌بندی اطلاعاتی که مورد تدریس قرار می‌گیرد، ربط دارد. سبک شناختی کلامی - تصویری با روش نمایش اطلاعات درگیر می‌شود. در مورد ساختار نمایش داده‌ها، نه کل‌نگرها و نه جزءنگرها ایده‌آل هستند. توصیه می‌شود معلم نقشه‌ای از محتوا در اختیار دانش آموزان قرار دهد. این نقشه می‌تواند نقش مرورکننده یا نظم‌بخشنده را ایفا نماید. چنین نقشه‌هایی می‌توانند نگاهی سرتاسری به داده‌ها داشته باشند. به کمک نقشه معلمان می‌توانند محتوای جدید را نظم ببخشند و با محتوای قدیمی مربوط کنند. این نقشه یک ساختار شناختی تعبیه می‌کند که محتوای جدید بتواند با آن ارتباط داشته باشد.

کل‌نگرها هم می‌توانند از یک نقشه استفاده کنند که کار جزءنگری را انجام می‌دهد. یعنی محتوا را به زیربخش‌ها تقسیم می‌کند و جزءنگر از نقشه‌ای استفاده کنند که نگاهی سراسری به محتوا دارد. مطالعات پیشنهاد می‌کنند که بهتر است برای کل‌نگرها یک نقشه درختی و برای جزءنگرها یک نقشه شبکه‌ای استفاده شود. کلامی ها بیشتر از نمایش اطلاعات با متن و تصویری‌ها بیشتر از نمایش اطلاعات با نمودارها و تصاویر استفاده می‌کنند.

**سبک های شناختی و طراحی محتوای آموزشی**

سبک‌های شناختی فاکتور مهمی در تعیین این‌که دانش‌آموزان در هر مرحله یادگیری چه رفتاری را نشان می‌دهند، هستند. پیشنهاد می‌شود هر دانش‌آموز با تمرینی که متناسب سبک شناختی او باشد مواجه شود و معلم در روند یادگیری دخالت کند. همچنین لازم است یادگیری گروهی تشویق شود.

| تکنیک آموزش | کلامی کل‌نگر | تصویری کل‌نگر | کلامی جزءنگر | تصویری جزءنگر |
|---|---|---|---|---|
| متن<br>زبان داده ها<br>تصویر/نمودار | × | × | × | × |
| متن<br>زبان داده ها<br>تصویر/نمودار | × | × | × | × |

### ۱. دانش‌آموزان کلامی کل‌نگر

دانش‌آموزان این سبک شناختی، احتمالاً با اضافه کردن محتوای جدید به محتوای آموخته‌های خود مشکل دارند اما می‌توانند یک نگاه سرتاسری را به دست آورند. ممکن است بُعد کلامی ایشان توانایی جزءنگری کمی به ایشان بدهد. ایشان از متن بهتر استفاده می‌کنند. اما نیاز به نقشهٔ محتوای درختی دارند تا ساختار اجزاء به ایشان یادآوری شود. اما نقشهٔ درختی باید به زبان کلامی طراحی شود.

### ۲. دانش‌آموزان تصویری کل‌نگر

این دانش‌آموزان در تجزیهٔ محتوا به مؤلفه‌ها ضعیف هستند. پس باید نقشهٔ محتوای درختی را در اختیار آنان قرار داد. اما این محتوای درختی خوب است به زبان نمودارها و تصاویر باشد تا این دانش‌آموزان بتوانند به خوبی از آن استفاده کنند.

### ۳. دانش‌آموزان کلامی جزءنگر

هر چند این دانش‌آموزان در تجزیهٔ اطلاعات به مؤلفه‌ها و برقراری ارتباط بین آنها قدرتمند هستند، اما در ادراکات سرتاسری، ضعف نشان می‌دهند، پس باید یک نقشه محتوای شبکه‌ای اما به زبان کلامی در اختیار این دانش‌آموزان قرار داد.

### ٤. دانش‌آموزان تصویری جزءنگر

این دانش‌آموزان از آن‌جا که جزءنگر هستند، در ادراکات سرتاسری ضعف نشان می‌دهند. اما قادر به محتوای آموزش را به افراد تجزیه کنند و بعد تصویری شناختی آنها ممکن است، توانایی کل‌نگری کمی را به آنها بدهد. پس باید به ایشان یک نقشه شبکه‌ای اما به زبان تصاویر و نمودارها ارائه کرد.

باتوجه به سبک‌های شناختی، سه روش برای استراتژی آموزش توصیه می‌شود:

۱. طراحی محتوا به صورت فردی، ۲. طراحی محتوا به صورت جمعی، ۳. طراحی به صورت استراتژیک.

### ۱. طراحی محتوا به صورت فردی توسط معلم

محتوا باید هم به زبان کلامی و هم به زبان تصویری آماده شود. نقشه‌های محتوای شبکه‌ای و درختی نیز باید از پیش آماده شوند و این نقشه‌ها باید به هر دو زبان کلامی و تصویری طراحی شده باشند. سپس معلم هر دانش آموز را به صورت فردی با محتوای مفهومی متناسب با سبک شناختی او مواجه می‌کند و یادگیری دانش‌آموزان را به صورت فردی حمایت می‌کند. تعداد دانش‌آموزان در چنین کلاسی باید بسیار کوچک باشد تا معلم بتواند به دانش‌آموزان یک به یک رسیدگی نماید.

### ۲. طراحی محتوا به صورت جمعی توسط معلم

هر دانش‌آموز به انواع محتوای کلاسی و تصویری و انواع نقشه‌های شبکه‌ای و درختی مجهز می‌شود و یادگیری دانش‌آموزان به صورت گروهی حمایت می‌شود. احتمالاً این مؤثرترین روش برای معلمان در سیستم آموزشی ایران است.

### ۳. طراحی محتوا به صورت استراتژیک توسط دانش‌آموز

در این روش، دانش آموزان تشویق می شوند خود فرمان یادگیری را به دست گیرند و در هر مورد استراتژی هایی را طراحی کنند که یادگیری آنان را آسان می کند. ساده ترین روش استراتژیک کنترل یادگیری توسط دانش آموز، روش تجربی است که به صورت سنتی مورد استفاده قرار می گرفته است. از آنجا که سبک شناختی دانش آموزان ثابت است و عوض نمی‌شود، توصیه می‌شود به استراتژی‌های یادگیری برای دانش آموزان سبک‌های مختلف پرداخته شود. استراتژی‌های یادگیری در سه مرحله قابل اجرا هستند:

۱. حس کردن و ترجیح دادن، ۲. انتخاب کردن، ۳. ساختن استراتژی.

| استراتژی های یادگیری | سبک شناختی |
|---|---|
| کل‌نگرانه و جزءنگرانه | کل‌نگر کلامی |
| کل‌نگرانه و جزءنگرانه | جزءنگر تصویری |
| فقط جزءنگرانه | جزءنگر کلامی |
| فقط کل‌نگرانه | کل‌نگر تصویری |

### ۱. حس کردن و ترجیح دادن

در مواجهه با یک موقعیت یادگیری هر دانش آموز از درون احساس می کند که چقدر با موقعیت یادگیری احساس راحتی می کند. ممکن است این احساس خودآگاهانه نباشد اما در بعضی مواقع این احساس وجود دارد که موقعیت یادگیری ساده یا مشکل است. این احساس نسبت به حداقل سه بُعد یادگیری شکل می گیرد:

الف) زبان نمایشی موقعیت یادگیری، ب) ساختار موقعیت یادگیری، پ) موقعیت اجتماعی یادگیری.

**الف) زبان نمایشی موقعیت یادگیری**

آزمایشی نشان می‌دهد که دانش‌آموزان در طی یادگیری به زبان نمایشی داده‌ها توجه نمی‌کنند، اما اگر به دانش‌آموزان حق انتخاب بدهیم، زبان نمایشی مناسب سبک شناختی خود را انتخاب می‌کنند.

**ب) ساختار موقعیت یادگیری**

آزمایشی نشان می دهد که سبک شناختی کل‌نگر یا جزءنگر دانش آموزان مستقیماً به درخواست های ساختاری آنها در مورد محتوا مربوط است. دانش آموزان خودآگاهند که آیا نسبت به ساختار یادگیری راحت هستند یا خیر. بنابراین، این سبک شناختی با سایهٔ سنگینی یادگیری دانش‌آموزان را کنترل می‌کند.

**پ) موقعیت اجتماعی یادگیری**

آزمایشی نشان می دهد که کل‌نگرها، کار گروهی را بسیار بیشتر می‌پسندند و جزءنگرها، آن را بسیار نامناسب می دانند.

**۲. انتخاب کردن**

دانش‌آموز بیشتر و بیشتر از محتوایی که با سبک شناختیش سازگار است، مطلع می‌شود و کم‌کم هرگاه امکان داشته باشد، انتخاب‌های مناسب را انجام می‌دهد. مثلاً تصویری‌ها یک عکس یا نمودار را ترجیح می‌دهند به یک متن. دانش‌آموزان ضعیف‌تر نسبت به زبان یادگیری حتی حساس‌تر بودند.

نتیجهٔ مهم این نکته، این است که هیچ راهی برای یادگیری وجود ندارد که مناسب همهٔ دانش‌آموزان باشد.

**۳. انتخاب ساختن استراتژی**

حداقل سه استراتژی برای آسان‌تر کردن یادگیری وجود دارد که از این قرارند:

الف) انتقال، ب) هماهنگ‌سازی، پ) ساده‌سازی تحلیل داده‌ها.

**الف) انتقال**

انتقال یعنی تبدیل داده‌ها به زبانی که مناسب ساختار شناختی فرد است تا عمل تحلیل داده‌ها ساده‌تر انجام شود. برای مثال یک دانش‌آموز تصویری، یک صفحهٔ متن را به یک نمودار تصویری تبدیل می‌کند و یا یک دانش آموز کلامی، یک تصویر را با کلام توصیف می‌کند یا یک جزءنگر سرفصل‌های یک مطلب را روی کاغذ لیست می‌کند تا دیدگاهی کلی به دست آورد. یا یک کل‌نگر قسمت‌های یک فصل کتاب را بررسی می‌کند و سرتیترها را لیست می‌کند تا به یک درک موضعی از آن فصل برسد.

**ب) هماهنگ‌سازی**

یک دانش‌آموز کل‌نگر کلامی برای درک جزئیات، ممکن است به سبک شناختی کلامی خود تکیه کند و یک دانش‌آموز جزءنگر تصویری برای درک کلیات، ممکن است به سبک شناختی تصویری خود تکیه کند.

**پ) ساده‌سازی تحلیل داده‌ها**

مثلاً یک دانش‌آموز تصویری برای این که تحلیل داده‌های کلامی را ساده‌تر کند، متن را اسکن می‌کند و فقط مهم‌ترین بخش‌ها را حفظ می‌کند تا با کمک آنها اطلاعاتی کلی به دست آورد. یا یک دانش‌آموز کل‌نگر زیر کلماتی را در متن خط‌کشی می‌کند تا سرتیترهایی پیدا کند که ساختار کلی را مشخص کند.

## ساده‌سازی ساختن استراتژی

معلم وظیفه دارد ساختن استراتژی توسط دانش‌آموزان را ساده نماید. برای این کار، معلم چند کار می تواند انجام دهد:

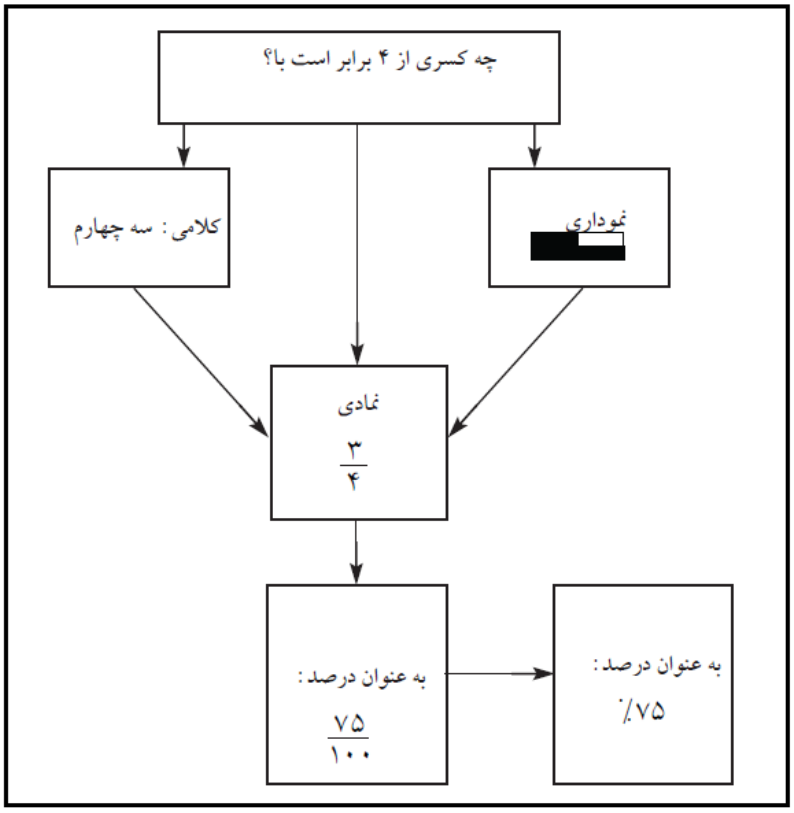
۱. هر دانش‌آموز را از سبک شناختیش، آگاه نماید.

۲. استراتژی‌های آماده برای سبک‌های شناختی مختلف را در اختیار دانش‌آموزان قرار دهد.

## "آموزش مفهومی" در مقابل "آموزش رویه ای"

امروزه در بسیاری از متون آموزشی بر "اموزش مفهومی" در مقابل "آموزش رویه ای" تکیه می شود. این دو نوع آموزش خود دو نوع از دانش یعنی "دانش مفهومی" درمقابل "دانش رویه ای" را تداعی می کنند. این رویکرد ناشی از تکیه محض و بیش از حد در آموزش ریاضی بر تدریس رویه ها و الگوریتم هاست. در هر حال واقعیت این است که پژوهش ها بر توازن بین این دو نوع دانش و رشد همزمان آن ها تاکید می کنند. از نگاهی دیگر می توان گفت که هنگامی که این دو نوع دانش در مورد یک مفهوم به میزان کافی عمیق باشند، در هم تنیده و تفکیک ناپذیرند. شکل ؟ درصد را به عنوان دانش مفهومی/ رویّه ای نشان می دهد.

شکل ؟ درصد به عنوان دانش مفهومی/ رویّه ای ( [۷])



زمانی که دانش آموزان از ارتباطات بین  قوانینی که به کار می گیرند، آگاهی داشته باشند، این قوانین را به صورت خودبخودی و ناآگاهانه به کار نمی برند و در زمان مناسب می توانند از قوانین یا استراتژی های مناسب استفاده کنند یا حتی رویه های لازم را بسازند.  وقتی دانش آموزان دانش مفهومی مناسبی از مطلب داشته باشند، باید بتوانند انواع مسائل مرتبط با آن را حل کنند. کسانی که درک کافی از مطلب مورد نظر ندارند، برای حل هر نوع مسئله ای مرتبط با مطلبی که پیش از این با آن مواجه نشد ه اند، به رویّه های جدید ی نیاز دارند که معلم به آ ن ها معرفی می کند. بنابراین به نظر می رسد دیدگاه و نگرش معلم دربارۀ مسائل جدید، نقش تعیین کننده ای در توسعه دانش مفهومی و رویّه ای دانش آموزان ایفا می کند.

## استانداردهای فرآیندی

استانداردهای محتوایی (اعداد و عملیات، جبر، هندسه، اندازه‌گیری و تحلیل داده ها و احتمال) ریاضیاتی را که باید در هر پایه تدریس شود را مشخص می کنند و استانداردهای فرآیندی روش ها ی کسب دانش محتوایی را مورد بحث قرار می دهند. در ادامه خلاصه ای از استانداردها فرآیندی تشریح شده است[۱۵]. در مورد استاندارد حل مسئله جزییات بیشتری در بخش بعدی آمده است.

| استاندارد فرآیندی | برنامه های آموزشی از پیش دبستان تا پایه دوازدهم باید همه دانش آموزان را قادر سازد تا: |
|---|---|
| **حل مسئله** | ۱. دانش جدید ریاضی را از مسیر حل مسئله بسازند و بنا کنند .<br>۲. مسئله هایی که از درون ریاضیات و از دیگر زمینه ها ناشی می شوند را حل کنند.<br>۳. گستره ی متنوعی از راهبردهای مناسب برای حل کردن مسئله ها را به کار گیرند و سازگار کنند.<br>۴. روی فرآیند حل مسئاله ریاضی کنترل و بازبینی و بازتاب فکورانه داشته باشند. |
| **استدلال و** | ۱. استدلال و اثبات را به عنوان جنبه‌های اساسی ریاضیات  بشناسند؛ |

| | |
|---|---|
| **اثبات** | ۲. - حدسیه‌های ریاضی بسازند و آنها را مورد بررسی قرار دهند؛<br>۳. - بحث ها و اثبات های ریاضی را تکمیل و ارزیابی کنند؛<br>۴. روش‌های مختلف استدلال و اثبات را انتخاب نمایند و به کار گیرند |
| **اتصال** | ۱. ارتباطات رادرمیان ایده های ریاضی بشناسند و استفاده کنند.<br>۲. بفهمند که چگونه ایده های ریاضی در ارتباط هستنند و با یکدیگر ساخته می شوند تا یک کل منسجم را تولید کنند.<br>۳. ریاضیات را در زمینه های بیرون از ریاضی بشناسند و بکار برند. |
| **گفتمان** | ۱. تفکر ریاضی خود را از طریق گفتمان سازماندهی و تثبیت کنند.<br>۲. تفکر ریاضی خود را بطور منسجم و واضح برای هم سالان، معلمان و سایرین توضیح دهند.<br>۳. تفکر ریاضی و استراتژی های دیگران را تحلیل و ارزیابی کنند.<br>۴. با استفاده از زبان ریاضی ایده های ریاضی را بطور دقیق بیان کنند. |
| **بازنمایی** | ۱. بازنمایی‌ها را برای سازماندهی، ثبت و انتقال ایده‌های ریاضی تولید کند و به کار برد.<br>۲. از بین بازنمایی‌ها ی ریاضی برای حل مسئله گزینش کند، به کار برد و ترجمه کند.<br>۳. بازنمایی‌ها ی ریاضی را برای مدل‌سازی، تفسیر پدیده‌های ریاضی، اجتماعی و فیزیکی به کار برد. |

| | |
|---|---|
| | |

همان گونه که در اصول و استانداردها تاکید شده است استانداردهای فرآیندی، ماهیتی متفاوت از مباحث و موضوعات مختلف ریاضی دارند، ولی هر یک از آن‌ها در فرآیند یادگیری ریاضی در همهٔ پایه‌های تحصیلی مدرسه حاکم هستند. این استانداردها مشخص می کنند که به چه شیوه ای ریاضیات مورد نظر باید تدریس شود و چگونه دانش آموزان با انجام دادن ریاضیات می توانند آن را فرا گیرند. در کتاب های جدید ریاضی سعی شده است که راهبرد های مختلف حل مسئله آموزش داده شود و در برخی موارد روش های مختلف حل یک مسئله ارائه شود. این کار می تواند در بسیاری از مواقع موجب تولید یک پاسخ تازه توسط دانش آموز برای همان مسئله شود و باعث کمرنگ شدن ایده "تنها یک روش حل برای هر مسئله" گردد. همچنین وقتی از دانش آموز خواسته می شود که روش های حل مسئله دیگران را توضیح دهد تقویت قدرت استدلال و گفتمان ریاضی را به دنبال خواهد داشت. علاوه بر این راه حل های مختلف ارتباط و اتصال بین موضوعات و مفاهیم مختلف ریاضی را به دانش آموزان نشان می دهد. دانش آموزان باید یاد بگیرند که در مورد تفکرات دوستانشان با یکدیگر و با معلم گفتگو کنند و ضمن دفاع از ایده خود آن را به زبانی که برای همسالانشان قابل فهم است مطرح کنند. در این بحث ها امکان برطرف شدن اشکالات و بدفهمی ها وجود خواهد داشت. در کنار این ها دانش آموزان روش های دیگری برای حل مسائل به غیر از شیو های خودشان را فرا می گیرند.

مهم است که به کودکان کمک کنیم تا با توجه به تجربیات اولیه خودشان با ریاضیات، درک کنند که حکم ها باید همیشه دلیل داشته باشند. سوالاتی از قبیل "چرا فکر می کنید این درست است؟" و " کسی فکر می کند که جواب چیز دیگری است، چرا این فکر را می کنید؟" به کودکان کمک می کند تا بفهمند که تمام احکام و گزاره ها باید با شواهد اثبات شده یا رد شوند. کودکان در سنین پایین دوست دارند تا به دیگران به عنوان مرجع و منبع استدلال متوسل شوند؛ (مثلاً :"خواهرم به من گفت") یا حتی برای تعیین بهترین توضیح رأی می دهند، ولی دانش آموزان باید آنچه را که در یک کلاس ریاضی، یک برهان قابل قبول است را یاد بگیرند و با آن موافقت کنند. این اعمال قدم های اولیه به سمت درک و فهم این موضوع است که استدلال ریاضی براساس فرضیه ها وقواعد خاصی است[۱۵]. وقتی دانش آموزان بتوانند ایده های ریاضی را به هم مربوط کنند

یادگیریشان عمیق تر و پایدار تر می شود. توانایی خواندن، نوشتن، گوش دادن، فکر کردن و گفتمان درمورد مسائل، درک دانش آموزان از ریاضیات را توسعه می دهد و تعمیق می بخشد.

گفتمان یک بخش اساسی از آموزش ریاضی است. گفتمان یک راه به اشتراک گذاری ایده ها و واضح کردن درک و فهم است. از طریق گفتمان، ایده ها هدف بازتاب، پالایش، بحث و اصلاح و تجدید نظر قرار می گیرند. فرایند گفتمان همچنین به مفهوم بخشی و ماندگاری ایده ها کمک می کند و به عمومی سازی آنها کمک می کند. هنگامی که دانش آموزان درگیر فکرکردن و استدلال ریاضی شوند و نتایج تفکر خود را با دیگران بصورت شفاهی یا کتبی به گفتمان بگذارند، آنها واضح و شفاف بودن و متقاعد کننده بودن را یاد می گیرند. گوش دادن به توضیحات دیگران به دانش آموزان فرصتهایی را برای توسعه درک و فهم خود فراهم می نماید. گفتگوهایی که در آنها ایده های ریاضی از جنبه های گوناگون مورد کاوش قرار می گیرد به شرکت کنندگان کمک می کند تا تفکرات خود را دقیق نمایند و بین ایده ها ارتباط و اتصال ایجاد کنند. دانش آموزانی که در بحث هایی مشارکت می کنند که در آنها راه حل ها را به ویژه در برابر نظرات مخالف توجیه می کنند در جریان تلاش برای متقاعد کردن همکلاسی های خود در مورد نقطه نظر خودشان، درک بهتری از ریاضیات بدست می آورند.

**حل مسئله**

با توجه به اهمیت استاندارد حل مسئله و اینکه این موضوع به عنوان رویکرد غالب در کتاب های جدید ریاضی مطرح شده است، با جزییات بیشتری آن را تشریح می کنیم. مسئله به موقعیتی اطلاق می شود که درآن، فرد چیزی را طلب می کند، ولی نمی داند که چطور به طور مستقیم به آن دست یابد [۳]. موقعیت های مسئله آن هایی هستند که در آن ها افراد دسترسی به یک روش حل کم و بیش از قبل آماده شده را ندارند. تسلط بر ریاضیات، یعنی توانایی و مهارت در حل مسئله ها، ضمنا نه تنها در مسئله های عادی و قالبی، تسلط بر ریاضیات بیشتر به معنای داشتن استقلال اندیشه، عقل سلیم و نیروی نو آفرینی است [۳]. مسئله از دید پولیا عبارت است از « ضرورت جست وجوی آگاهانه ی وسیله ی مناسبی، برای رسیدن به هدفی، ولی در بدو امر غیر قابل دسترس. حل مسئله، به معنای پیدا کردن این وسیله است». بنابر این "حل مسئله" با آنچه که به طور معمول در کلاس های درس ریاضی در مدارس با عنوان "مسئله حل کردن" رواج دارد، تفاوت جدی دارد. در حقیقت بیشتر مواقع دانش آموزان در حال تمرین و یا کاربرد یک دستور، روش یا الگوریتم یا مانند آن هستند.

شورای ملی معلمان ریاضی (NCTM[1]) در سند اصول و استانداردها برای ریاضیات مدرسه (۲۰۰۰) ، حل مسئله را درگیر شدن در وظیفه، تکلیف و فعالیتی می داند که روش حل آن از پیش شناخته شده نیست، به این خاطر برای یافتن راه حل، دانش آموزان باید آن را از درون دانش خودشان بیرون بکشند و از مسیر این فرایند آنها اغلب درک و فهم های جدید ریاضی را رشد و توسعه خواهند داد. از این منظر حل کردن مسئله ها فقط یک هدف یادگیری ریاضی نیست، بلکه یک ابزار و روش اصلی و فراگیر انجام دادن ریاضیات است. دانش آموزان باید فرصت های فراوان و متواتری برای صورت بندی کردن، دست و پنجه نرم کردن و حل کردن مسائل پیچیده ای که نیازمند و مستلزم تلاش و کوشش است، داشته باشند و پس از آن ترغیب و تهیج شوند که روی تفکرشان بازتاب و عکس العمل داشته باشند( اصول و استانداردها برای ریاضیات مدرسه، ۲۰۰۰). استرنبرگ[2](۲۰۰۵)، حل مسئله را این گونه تعریف می کند: حل مسئله شامل کار ذهنی برای غلبه بر موانعی است که سر راه دستیابی به هدف قرار دارد[۱۷].

همان گونه که پولیا مطرح می کند مسئله می تواند پیچیده یا ساده باشد. در حالت اول پیدا کردن راه حل آن دشوار است و در حالت دوم آسان. ضمنا دشواری راه حل تا حد زیادی، به خود مفهوم مسئله مربوط می شود، آن جا که دشواری نباشد، مسئله ای وجود ندارد. تعریف مسئله دارای یک ماهیت نسبی است. به این معنی که امکان دارد آنچه برای یک فرد مسئله به حساب می آید برای فرد دیگری تنها یک تمرین ساده به حساب آید و یا آنچه که در یک زمان برای فرد مسئله محسوب می شده است در زمانی دیگر تنها یک یادآوری به حساب آید. ضمنا دشواری و چالش موجود در مسئله باید به تفکر و ذهن برگردد و نه اینکه تنها به یک مشکل محاسباتی مربوط شود. به هر حال باید توجه داشت که تمایل فرد به درگیر شدن و تفکر بر روی یک مشکل و دشواری نیز اهمیت دارد. به عبارت دیگر مسئله باید "مسئله دانش آموز" هم باشد و نه اینکه تنها مسئله مولفان کتاب های درسی و یا معلمان باشد.

مسئاله حل کن های کارا و واقعی بطور مداوم آنچه را که انجام می دهند بازبینی و کنترل می کنند و اصلاح می نمایند. آنها مطمئن می شوند که مسئله را می فهمند. اگر مسئله ای نوشته شده باشند ان را با دقت و با توجه عمیق می خوانند، اگر مسئله بطور شفاهی گفته شود، آنها آنقدر سوال می پرسند تا آن را بفهمند. مسئله حل کن های کارا و واقعی به کرات نقشه می ریزند. پژوهش ها مشخص می کنند که شکست ها یا عدم موفقیت

[1] National Council of Teachers of Mathematics

[2] Sternberg

های حل مسئله دانش آموزان غالبا مربوط به فقدان دانش ریاضی آن ها نیست، بلکه متعلق است به استفاده ناموثر و ناکارای آنچه که آن ها می دانند[۱۵].

در کتاب اصول و استانداردها برای ریاضیات مدرسه آمده است که برنامه های آموزشی از پیش دبستان تا پایه دوازدهم باید همه دانش آموزان را قادر سازد که دانش جدید ریاضی را از مسیر حل مسئله بسازند و بنا کنند و مسئله هایی که از درون ریاضیات و از دیگر زمینه ها ناشی می شوند را حل کنند. چگونه حل مسئله می تواند به فراگیران کمک کند،ریاضیات را یاد بگیرند ؟ مسئله های خوب این شانس را به دانش آموزان می دهد که آنچه را می دانند تحکیم بخشند و توسعه دهند و هنگامی که خوب انتخاب شده باشد میتواند محرک و برانگیزاننده ی یادگیری ریاضیات باشد.

با وجود تقاضاها و درخواست ها به روی آوردن به رویکرد های حل مسئله در آموزش ریاضی، انتقال از آموزش حقایق و رویه های ریاضی به آموزش همراه با تاکید بر فهم و درک ریاضی و مهارت های تفکر، کند و مشکل بوده است. بسیاری از معلمان مجاب نشده اند که شیوه های سنتی باید کنار گذاشته شوند. اکثر آن هایی هم که مایل به تغییر هستند، اطمینان ندارند که چگونه باید این کار را انجام دهند(مکینتاش وجرت،۲۰۰۰).

دانش آموزان برخی از کشورها مانند ژاپن نتایج مناسبی در ارزیابی های بین المللی کسب کرده اند. در توضیح چرایی این نتیجه، بررسی ها نشان می دهد که کلاس های درس ریاضی ژاپن اختلافات اساسی با سایر کشورها دارد. علی رغم اینکه در برنامه ی درسی فعلی ژاپن به واژه ی حل مسئله توجه چندانی نشده است، عمده فعالیت های کلاس درس ریاضی این کشور پیرامون حل مسئله شکل گرفته است و جالبتر اینکه در کلاس های درس مختلف ریاضی ژاپن، روش تدریس کمابیش مشابهی در جریان است، روشی که شاید بتوان گفت منحصر به ژاپن است [۸].

معلمان ژاپنی از حل مسئله به عنوان یک رویکرد قوی برای تدریس ریاضی استفاده می کنند. چند ویژگی بارز در رویکرد ژاپنی ها نسبت به حل مسئله وجود دارد. یکی از این ویژگی ها این است که کلاس حل مسئله در ژاپن حتی بعد از اینکه هر کدام از دانش آموزان به راه حل مسئله دست پیدا کردند، تمام نمی شود. معلمان ژاپنی بر این باورند که بخش اصلی هر درس زمانی شروع می شود که دانش آموزان جواب مسئله را پیدا می کنند. بعد از اینکه دانش آموزان جواب های خود را ارائه می دهند ، معلم بحث گسترده ای را با آنها شروع می کند و شباهت ها و تفاوت های راه حل هایی که دانش آموزان به آن رسیده اند را با هم مقایسه می کند. یکی از اختلافات اساسی بین فعالیت های کلاسی در ایران با ژاپن و سنگاپور در این است که در کشور ما وقتی از

دانش آموزان خواسته می شود که بر روی مسائل به صورت فردی کار کنند قبلاً مثال مشابهی برای آنها در کلاس حل شده است، اما در ژاپن و سنگاپور معلم روش حل مسئله را به دانش آموزان نشان نمی دهد [۸].

اغلب دانش آموزان فدای حرفه ای بودن ما معلمین می شوند. مطالبی که باید به آن ها داده شود زیاد است و ما نتایج مطالعات و کشفیات ریاضی خود را به صورت مرتب شده ای به آن ها ارائه می دهیم، در نتیجه آن ها زودتر مهارت پیدا می کنند اما پیدا کردن این مهارت نتایج نامیمونی نیز در بر خواهد داشت. چه دانش آموزان فکر می کنند که همه ریاضیات شناخته شده است و باید آن ها را مثل گرامر زبان آنقدر تکرار کرد تا یاد گرفته شود و در این یادگیری، برای آن ها هیچ نوع هیجان، لذت کشف و خلاقیت وجود ندارد بلکه تنها یک رضایت کوچک و ساده از انجام کار در بر خواهد داشت (کمک به کودکان در یادگیری ریاضیات).

انتخاب و دنبال کردن شیوه های مناسب ،اصلاح و ترمیم انتخابهای نا مناسب و درکل وارسی و نظارت دقیق بر فرایند حل مسئله هر دو به یک اندازه اهمیت دارند. در بررسی موضعی می توان به اشتباهاتی که در اثر بی توجهی رخ داده است پی برد. در بررسی کلی با مروری بر حل مسئله ممکن است روش های دیگری بدست آید، ارتباط با موضوع آشکار شود که به ظاهر نامربوط به نظر می رسد و گاهی تکنیک مفیدی به دست آید که شخص بتواند آن را به رهیافت کلی مسئله حل کردن خود بیفزاید.

تکلیف حل مسئله "خوب" دارای ویژگی های زیر است (مکینتاش و جرت،۲۰۰۰):

- دانش آموز را درگیر و علاقه مند می سازد،
- قابل کاربرد در جهان واقعی است،
- با علائق دانش آموز مرتبط است،
- مساوات را رعایت می کند زیرا همه دانش آموزان را در بر می گیرد،
- درگیری فعالان را ارتقا می بخشد،
- حاوی محتوای ریاضی مهمی است،
- با سایر مسئله ها و مفهوم های ریاضی مرتبط می شود،
- در راستای برنامه درسی ریاضی جاری است،
- با سایر حوزه های موضوعی تلفیق می شود،
- باز-پاسخ و غیر معمولی است،
- امکان استفاده از رویکردها و راه حل های چند گانه را ایجاد می کند،
- به سادگی با استفاده از یک رویه ی از پیش آموخته شده، قابل حل نیست،
- چالش برانگیز و در عین حال قابل دست یابی توسط دانش آموزان است،

- نیازمند پافشاری است،
- به خوبی طرح شده است،
- حاوی واژه های شفاف و بدون ابهام است،
- انتظارات را شرح می دهد،
- پاسخ های قابل نمره دادن را بر می انگیزد.

توصیه های زیر برای کمک به حل مسئله توسط کودکان و دانش آموزان مفید به نظر می رسند [۴]:

- دانش آموزان باید با مسائلی روبرو شوند که راه حل آن ها روشن نیست، آن ها باید به آزمودن بسیاری از راه های مختلف حل مسئله تشویق شوند.
- لازم است مسئله ها در حدی مشکل باشند که برای دانش آموزان چالش ایجاد کنند، اما سختی مسئله ها نباید به اندازه ای باشند که آن ها را تبدیل به یک معمای غیر قابل حل کند.
- کودکان تصور می کنند که مسائل باید به سهولت حل شوند.
- به طور کلی دانش آموزان برای حل مسائل قالبی یک مرحله ای، نظیر آنچه که در کتاب های درسی عرضه می شود، موفق هستند.
- راهبرد های حل مسئله را می توان صراحتا آموزش داد.
- تدریس موثر حل مسئله به زمان احتیاج دارد (زمان برای درک موضوع، زمان برای کشف مسیر حل و زمان برای فکر کردن به جواب).

## رشد تفکر جبری دانش آموزان در دوره های ابتدایی: درس هایی از سنگاپور و چین

برنامه درسی مدارس ابتدایی چین برآن است تا لااقل سه عادت فکری را در دانش آموزان رشد دهد. اولین عادت تفکر، بررسی روابط کمی از جنبه های مختلف است. دانش آموزان به طور مداوم، و با فراهم نمودن فرصت هایی ، تشویق می شوند تا یک رابطه کمی را به روش های متفاوتی نمایش دهند.در سراسر برنامه درسی مدارس ابتدایی چین، مثال ها و مسائل فراوانیوجود دارند که نیازمند شناسایی روابط کمی و نمایش آنها

به شیوه های چند گانه توسط دانش آموزان هستند. برای مثال در مسئله زیر از پایه ۲، روابط کمی شامل شامل مقدار پول پرداختی به صندوقدار، پول برگشتی[از طرف صندوقدار ،] و بهای دو باطری است:

*زائو زینگ دو باطری خرید و ۶ یوان به صندوقدار دادو ۴ یوان پس گرفت. بهای هر باطری چقدر است؟*

به معلمان در کتاب مرجع توصیه می شود که اجازه دهند دانش آموزان رابطه کمی را از را ههای مختلفی از قبیل موارد زیرنشان دهند:

پول برگشتی= بهای دو باطری–مقدار پول پرداختی به صندوقدار

مقدار پول پرداختی به صندوقدار= پول برگشتی+بهای دو باطری

بهای دو باطری = پول برگشتی –مقدار پول پرداختی به صندوقدار

دومین عادت تفکر، حل یک مسئله با استفاده از هر دورویکرد حسابی و جبری است. انتظارات از دانش آموزان در حل مسائل به شکل حسابی و نیز جبری به شیوه های مختلف را آشکارا می توان در برنامه درسی چین دید و این چنین انتظاراتی توسط معلمان چینی در کلاس های درس رایج هستند(کای، c ۲۰۰۴). علاوه بر این، از دانش آموزان خواسته می شود که روش های حسابی و روش های جبری بازنمایی روابط کمی را با هم مقایسه کنند. به طور مثال در پایه ۵ دانش آموزان و معلم می توانند روش های مختلف برای حل مسئله زیر را مورد بحث و مقایسه قرار دهند:

*مدرسه ابتدایی لیمینگ مبلغی برای خرید ۱۲ توپ بسکتبال، از قرار ۲۴ یوان برای هر یک کنار گذاشته است. قبل از خرید این توپ ها آن ها تصمیم گرفتند که ۱۴۴ یوان از این مبلغ را برای خریدن تعدادی توپ فوتبال هزینه کنند. آن ها چند توپ بسکتبال می توانند بخرند؟*

**راه های حسابی**

راه حل اول: محاسبه مبلغ اصلی و سپس کم کردن آن از پول صرف شده برای توپ های فوتبال:

$(۲۴\times۱۲-۱۴۴)\div۲۴ = ۱۴۴\div۲۴ = ۶$

راه حل دوم: کم کردن تعداد توپ های بسکتبالی که حالا نمی تواند بخرد از تعداد ۱۲ توپ اولیه:

$۱۲-(۱۴۴\div۲۴) = ۶$

**راه های جبری:**

راه حل سوم:

فرض کنیم که مدرسه هنوز می تواند $x$توپ بسکتبال بخرد:

$$(۲۴ \times ۱۲ - ۱۴۴) = ۲۴x$$

درنتیجه: $x = ۶$

راه حل چهارم:

فرض کنیم که مدرسه هنوز می تواند $x$توپ بسکتبال بخرد:

$$۲۴\times۱۲ = ۲۴x+۱۴۴$$

درنتیجه: $x = ۶$

راه حل پنجم:

فرض کنیم که مدرسه هنوز می تواند $x$توپ بسکتبال بخرد:

$$۱۲ = (۱۴۴\div۲۴)+x$$

درنتیجه: $x = ۶$

در برنامه درسی چین، پس از اینکه حل معادله مطرح شد، دانش آموزان فرصت هایی را برای استفاده از یک رویکرد حل معادله برای حل مسائل کاربردی همزمان با یادگیری آمار، درصد، کسرها، و نسبت و تناسب را دارند(کای، ۲۰۰۴b). این ترتیبات در برنامه درسی برای درک عمیق دانش آموزان از روابط کمی و کمک به آن ها برای درک ارزش رویکرد حل معادله بنا شده است. به طور مثال دانش آموزان در پایه ۶ تشویق می شوند تا چهار روش مختلف را برای حل مسئله درصد زیر به کار برند:

*یک کارخانه فرآیند تولید محصول خود را اصلاح کرد. پس از آن، هزینه تولید یک محصول ۳۷,۴۰ یوان شد که ۱۵٪ کمتر از هزینه آن قبل از فرآیند اصلاح تولید محصول است. هزینه تولید همان محصول آن قبل از فرآیند اصلاح تولید محصول چقدر بوده است؟*

راه حل اول: اگر هزینه پیش از اصلاح به عنوان واحد ۱ در نظر گرفته شود، هزینه اخیر کمتر از آن است.

هزینه پیش از اصلاح $= x$ *فرض کنیم*

$x - ۱۵٪x = ۳۷.۴$

$(۱ - ۱۵٪)x = ۳۷.۴$

$۸۵٪x = ۳۷.۴$

$x = ۴۴$ بنابراین هزینه پیش از اصلاح ۴۴ یوان بوده است.

راه حل دوم:

اگر هزینه پیش از اصلاح به عنوان واحد در نظر گرفته شود، آن گاه ۳۷,۴۰، ۱۵٪ کمتر است یا ۸۵٪ = ۱۵٪ − ۱ یعنی ۸۵٪هزینه قبل از اصلاح. بنابراین هزینه پیش از اصلاح برابر است با:

۳۷.۴ ÷ ۸۵٪ = ۴۴

راه حل سوم:

به طریق مشابه، اگر هزینه پیش از اصلاح به عنوان واحد در نظر گرفته شود، شکل زیر برای بازنمایی مسئله می تواند به کار گرفته شود. چون هزینه اخیر ۱۵٪ کمتر از هزینه قبل از اصلاح است، هزینه اخیر ۸۵٪ هزینه قبلی است. بنابراین هزینه پیش از اصلاح ۴۴ = ۸۵٪÷۳۷.۴ یوان بوده است.

هزینه پیش از اصلاح

۳۷,۴۰

۱۵٪هزینه اخیر

بنابراین هزینه پیش از اصلاح ۴۴ یوان بوده است.

راه حل چهارم:

**به دلیل اینکه ۸۵٪یک نسبت را نیز نمایش می دهد، نسبت هزینه قبل از اصلاح به بعد از اصلاح** ۸۵ به ۱۰۰ است. این باید برابر نسبت ۳۷,۴۰ به $x$ باشد. بنابر این:

$۳۷.۴/x = ۸۵/۱۰۰, x = ۴۴.$

بنابراین هزینه پیش از اصلاح ۴۴ = ٪۸۵÷۳۷.۴ یوان بوده است.

بدون شک رویکرد درخواست از دانش آموزان برای استفاده و مقایسه این چهار روش از راه حل های متفاوت (جبری، حسابی، تصویری و نسبت) بر اساس آن اصل است که در نظر گرفتن دیدگاه های چند گانه می تواند درکی عمیق از روابط بین کمیت ها را پرورش دهد.

مطابق برنامه درسی چین، حل یک مسئله با استفاده از هر دو رویکرد جبری و حسابی به دانش آموزان کمک می کند که روش های حسابی و جبری حل مسئله را بسازند. در سطح مدارس ابتدایی دانش آموزان چینی مسائلی شبیه مثال هایی که در این بخش داده شدند را حل می کنند که همه آن ها می توانند به شیوه حسابی حل شوند. همانگونه که ممکن است انتظار رود، در آغاز گذر به حل مسئله جبری برای دانش آموزان امری معمول است که تعجب کنند که چرا لازم است یک رویکرد حل معادله را یاد بگیرند. به هر حال پس از یک دوره زمانی استفاده از هر دو رویکرد دانش آموزان می توانند سودمندی استفاده از معادلات را برای حل اینگونه از مسائل ببینند. در سال های اخیر تعدادی از پژوهشگران در باره مفهوم "جبر در حساب[۳]" بحث کرده اند (به طور مثال، بریتو ایروین، راسل و همکاران). در حالیکه برنامه درسی ریاضی مدرسه ای چین مدعی چنین مفهومی نیست، استفاده از هر دو رویکرد جبری و حسابی برای حل مسائل می تواند کمک کند که به دانش آموزان جبر در حساب را نشان داد. اگرچه این کار رویکردهای حسابی و جبری را در مقابل هم قرار می دهد، همچنین به ملایم کردن مرزهای بین آن ها کمک می کند.

سه هدف در آموزش دانش آموزان برای حل مسائل از هر دو روش حسابی و جبری وجود دارد :

۱- کمک به دانش آموزان برای دستیابی به یک درک عمیق از روابط کمی به وسیله بازنمایی آن ها به هر دو روش حسابی و جبری،

۲- برای راهنمایی دانش آموزان برای کشف شباهت ها و تفاوت ها بین رویکردهای حسابی و جبری، به طوری که آنها توانمندی کلی تر رویکرد جبری را درک کنند و

[۳] algebra in arithmetic

۳- برای توسعه مهارت تفکر دانش آموزان و همچنین انعطاف پذیری در استفاده از رویکرد های مناسب برای حل مسائل.

**پست و** همکاران (۱۹۸۸) نشان داده اند که "اول توصیف" و پس از آن محاسبه" ، یکی از ویژگی های کلیدی است که جبر را از حساب متفاوتمی سازد. مقایسه بین بین رویکردهای حسابی و جبری می تواند این ویژگی منحصر بفرد را پر رنگ سازد.

سومین عادت تفکر در ریاضیات مدرسه چینی استفاده از عملیات معکوس برای حل معادلات است. با شروع از پایه اول، تفریق به عنوان وارون جمع تعریف می شود. اگرچه عبارت "حل کردن" درپایه ۱ استفاده نشده است، دانش آموزان یاد می گیرند که معادلات را با شروع از پایه ۱ حل کنند و حل معادلات را در سراسر برنامه درسی ادامه می دهند. برای مثال، دانش آموزان در پایه اول به فکر کردن در مورد سوال زیر هدایت میشوند:

"اگر۳ = ( )+۱، عدد داخل( ) چیست؟"

به منظور یافتن عدد داخل ( ) تفریق ۲ = ۱− ۳ مطرح می شود. در سراسر پایه اول به طور مداوم از دانش آموزان خواسته می شود که مسائلی مشابه را حل کنند. در پایه دوم ضرب و تقسیم با اعداد درست در ریاضیات ابتدایی مدرسه ای چین معرفی می شوند. تقسیم در ابتدا با استفاده از تسهیم های برابر معرفی می شود. همچنین تقسیم به عنوان وارون ضرب عرضه می شود: "چه چیزی در ۲ ضرب شود تا ۸ بدست آید؟" یعنی، اگر "۸ = ۲×( )، عدد داخل( ) چیست؟"

به علاوه، برنامه درسی چین بر تعمیم دادن ازمثال های خاص تاکید می کند. به عبارت دیگر با بررسی مثال های خاص، دانش آموزان برای ساختن عبارات تعمیم یافته هدایت می شوند. دانش آموزان در یک گستره از نقاط مختلف برنامه درسی این عادت فکری را توسعه می دهند، به ویژه هنگامی که فرمول هایی برای پیدا کردن محیط، مساحت، و حجم معرفی ، و یا زمانی که قوانینی عملیاتی ارائه می شوند، یا زمانی که الگوریتم میانگین حسابی مورد بحثقرار می گیرد. به ویژه، تعمیم دادن در سه عادت فکری مذکور در فوق در هم تنیده است.

## برنامه درسی سنگاپور

در سنگاپور ، برخی از مفاهیم جبری به طور رسمی در پایه ششم ابتدایی (سن ۱۲ +) معرفی شده است. در این سطح به بچه ها چگونگی ساختن ، ساده کردن ، و ارزیابی عبارات جبری با یک متغیر آموزش داده می شود. مفهوم حروف در این سطح به عنوان متغیر معرفی شده است. مفهوم معادلات و دیگر جنبه های ساختاری جبر در دوره قبل از متوسطه(سن ۱۳ + بعد) توسعه داده می شود. به هر حال، برنامه درسی ریاضیات ابتدایی سنگاپوری ، طیف گسترده ای از تجارب را برای کمک به کودکان به منظور توسعه تفکر جبری فراهم می کند و این توسعه با استفاده از "روش مدل[۴]" و یا "معادلات تصویری[۵]" برای تجزیه و تحلیل اجزاء و کل، تعمیم و تخصیص و انجام دادن و انجام ندادنامکان پذیر می شود. . حل مسائل کلامی حساب و جبر یک مولفه کلیدی در هر سطح از برنامه درسی ریاضی ابتدایی سنگاپور (طراحی برنامه درسی و بخش توسعه، [CPDD[۶]] ۱۹۹۹, ۲۰۰۰) است. در سال ۱۹۸۳ وزارت آموزش سنگاپور به طور رسمی در برنامه درسی ریاضی ابتدایی راهیابی[۷]شامل رسم نمودار و یا الگو را مطرح کرد. این راهیاب به عنوان ابزاری برای حل مسائل حسابی، همچنین مسائل جبری، مسائل کلامی شامل اعداد صحیح ، کسر ، نسبت و درصد در نظر گرفته شده بود(کاو[۸]،۱۹۸۷).

اعتقاد بر این بوده که اگر دانش آموزان با ابزاری برای تجسم یک مسئله کلامی مجهز شوند- که آن را تبدیل به یک مسئله ساده کلامی حسابی یا جبری می کند- ساختاری که شالوده مسئله را پی ریزی نموده است آشکارمی شود. هنگامی که کودکان ساختار مسئله را درککنند احتمال بیشتری وجود دارد که آن را حل کنند(کاو،۱۹۸۷).

در پایه های اولیه، تصاویری از اشیاء واقعی در ابتدا به عنوان مدلی برای موقعیت های مسئله استفاده می شود، اما پس از آن تصاویر با مستطیل هایی که بیشتر انتزاعی هستند جایگزین می شوند. به عنوان مثال تصاویر واقعی ماشین ها و سپس مستطیل ها برای حل مسئله زیر در پایه دوم مورد استفاده قرار می گیرد:

---

[۴] model methods
[۵] pictorial equations
[۶] **Curriculum Planning & DevelopmentDivision**

[۷] heuristic
[۸] Kho

*علی هشت ماشین اسباب بازی و دیوید ۶ ماشین اسباب بازی دارد. آن ها با هم چند ماشین اسباب بازی دارند.*این رویکرد تصویری که به موازات پیشرفت سطوح تحصیلی به طور فزاینده ای پیچیده تر می شود، در راهنمای معلم پایه اول معرفی شده است. همچنانکه دانش آموزان سال های ابتدایی را طی می کنند، روش مدل برای حل مسائل جبری شامل مجهولات، مفهوم جز – کل و استدلال نسبتی به کار گرفته می شود. در هر مورد مستطیل ها به دانش آموزان اجازه می دهند که مجهولات را به مانند چیزهایی که معلوم هستند تلقی نمایند. این به آن دلیل است که مجهولات نمایش دادهشده با واحد های مستطیلی می توانند به عنوان شناخته شده ها تلقی شوند، اگر چه که یک واحد تعداد نامشخصی از اشیا را نمایش می دهد.

راجو و سامی ۴۱۰ دلار را بین خودشان تقسیم کردند. راجو ۱۰۰ دلار بیشتر از سامی دریافت کرد. سامی چند دلار دریافت کرد.

۴۱۰-۱۰۰=۲واحد

=۳۱۰

۱۵۵ =۱ واحد

سامی ۱۵۵ دلار دریافت کرد.

**شکل ۱ . حل معادله تصویری**

شکل ۱ مثالی از پایه پنج است. مستطیل یا واحد سامی مولد همه ارتباطات ارائه شده در مسئله است. مستطیل راجو وابسته به مستطیل سامی است، به این شکل که سهم راجو با یک واحد همانند با مستطیل سامی به اضافه مستطیل دیگری که نمایش دهنده رابطه جزئی ۱۰۰ دلار بیشتر است. با استفاده از مدل ترسیم، یک معادله تصویری نمایشگر مسئله تشکیل می شود، و اگر حرف xجایگزین واحد سامی شود معادله جبری x ۴۱۰ = ۱۰۰□+ x +x تولید می شود.استفاده از مستطیل به عنوان یک واحد نمایش دهنده مجهولات یک ارتباط تصویری را با ایده مجرد تر حروف نمایش دهنده مجهولات را فراهم می کند. تمام ساختار مدل می تواند به عنوان معادله تصویری توصیف شود.

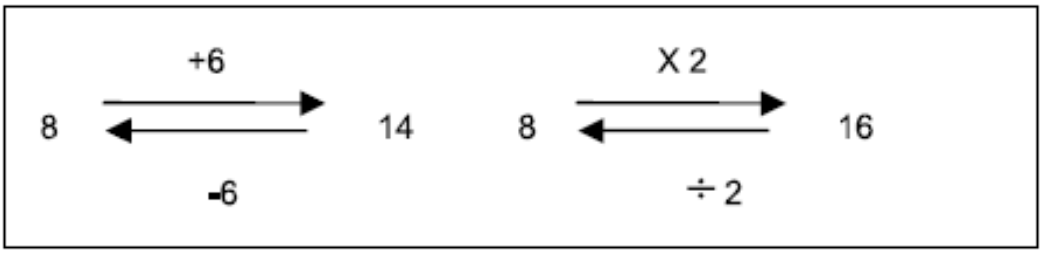
به طور خلاصه، کودکان مسائل کلامی را با استفاده از"روش مدل" با ساخت معادلات تصویری – که نشان دهنده تمام اطلاعات موجود در مسئله کلامی به عنوان یک کل منسجم به عوض بخش های مجزا است –حل می کنند. برای حل کردن مجهولات، دانش آموزان اعمالی را که به طور ضمنی در معادلات تصویری انجام شده اند را باز می کنند. این رویکرد به آن ها کمک می کند که دانش خودشان را از خواص چهار عمل اصلی ارتقا دهند.**هدف از به کار گیری** "روش مدل" توضیح داده شد در بالا این است که یک مسیر هموار از کار با مجهولات در فرم انتزاعی کمتر به سوی استفاده از حروف انتزاعی تر در جبر رسمی دوره متوسطه فراهم کند.

علاوه بر استفاده از معادلات تصویری برای تجزیه و تحلیل روابط جز-کل، دومین ایده بزرگ در برنامه درسی سنگاپور از طریق بررسی ساختارها در الگوها بسط داده شده است. دانش آموزان با فعالیت های تشخیصی الگو های عددی و هندسی آماده می شوند. چنین فعالیت هایی مستلزم این است که دانش آموزان الگو را مشخص کنند و سپس قاعده ای را که برای ادامه الگویی که مشاهده می کنند ساخته اند تعمیم دهند. . گنجاندن فعالیت های بسیاری از جمله موارد بالا در مواد برنامه درسی نشان می دهد که در ریز مواد برنامه درسی ریاضیات ابتدایی سنگاپور، فرآیند های فکرکردن – تعمیم و تشخیص – از جایگاهی با اهمیت بالا برخوردار است.

علاوه بر این کودکان با گستره ایاز فعالیت هایی که رشد دیگر عادات تفکر جبری را پرورش می دهند – "انجام یک عمل و وارون آن[۹] "، ساخت قواعدی برای بازنمایی توابع، و همچنین مجرد سازی از محاسبات- آماده می شوند(دریسکول[۱۰]، ۱۹۹۹). به عنوان مثال، بر فرآیند "انجام یک عمل و وارون آن"، در راهنمای معلم

[۹] doing and undoing
[۱۰] Driscoll

برنامه درسی سنگاپور وقتی که برای اولین بار معلمان چهار عمل اصلی را معرفی می کنند، تاکید می شود. به طور خاص در بخش "جمع و تفریق" تذکرات در راهنمای معلم پایه دوم پیشنهاد می کنند که معلمان روابط بین جمع و تفرق و نیز ضرب و تقسیم را – همان گونه که در شکل ۲ نشان داده شده است– پر رنگ سازند.




شکل۲: اعمال معکوس در پایه دوم برنامه درسی سنگاپور

عادت تفکر و ساختن قواعدی برای بازنمایی توابع، و همچنین درک حروف در نقش متغیر ها، با یک رویکرد تابعی بسط داده می شود. از طریق این رویکرد، کودکان درگیر فعالیت های می شوند که به آنها کمک می کنددرک مفهوم نقطه ای[۱۱] از تابع را توسعه دهند. این کار با جستجوی روابط ارائه شده در مجموعه زوج های مرتب نمایش دهنده ورودی و خروجی از موقعیتهای مسئله انجام می گیرد(به عنوان مثال (۱, ۲), (۲, ۴), (۳, ۶), . . . , (x, ۲x)). تکالیف از فعالیت های عددی ساده که در آن دانش آموزان مشغول انجام یک عمل و وارون آن هستند به استفاده از حروف برای تعمیم دادن عمل که در آن خروجی از یک ورودی داده شده بدست می آید در تغییر هستند. همان طور که دانش آموزان این فعالیت ها را انجام می دهند، به این سوال فرا خوانده می شوند، "قانون این الگو چیست؟" این مفهوم برای اولین بار از طریق فعالیت های تکمیلی در راهنمای معلم پایه دوم – که به منظور کمک به دانش آموزان برای به خاطر سپردن قوانین ضرب و حل مسائل کلامی طراحی شده اند– مطرح می شود(شکل ۳ را ببینید).

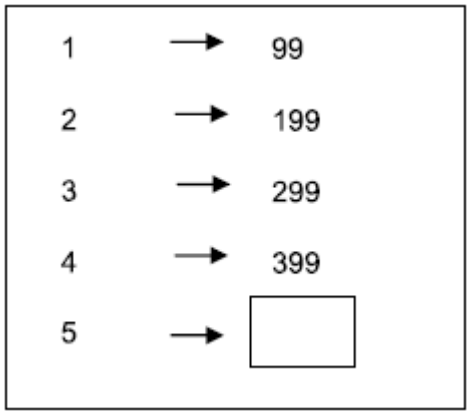
رویکرد تابعی در پایه سوم دانش آموزان را با تجربیاتی شامل ادامه الگوهای عددی نوشتاری متوالی و تکالیفی که مستلزم جستجو برای الگوهای عددی ارائه شده در جدول ها هستند، مجهز می کند. در اینجا به دنبال قوانینی هستند که اعداد در یک سطر/ ستون را با اعداد در دیگر سطر/ ستون مرتبط سازند و درنتیجه

[۱۱] pointwise

معرفی غیر رسمی مفهوم نقطه ای تابع که در پایه دوم شروع شده بود تداوم می یابد. در برنامه درسی ریاضی سنگاپور، این فعالیت ها نوعا در بافتی که برای دانش آموزان آشناست به آنان ارائه می شود.

پیچیدگی فرایند انجام یک عمل و وارون آن در پایه سوم بیشتر می شود. به طور مثال در راهنمای معلم دانش آموزان برای تعیین عدد ورودی از خروجی داده شده پس از دو عمل به چالش کشیده می شوند. *۳۰ تا به یک عدد اضافه کنید. سپس از مجموع ۳۵ را کم کنید. حاصل ۲۷ است. عدد اصلی چیست؟*

در پایه ششم یک رویکرد تکاملی برای معرفی غیر رسمی توابع (تصویری به نمادین)- با معرفی قوانین غیر بازگشتی، و مفهوم حرف به عوض متغیر- به کار گرفته می شود.



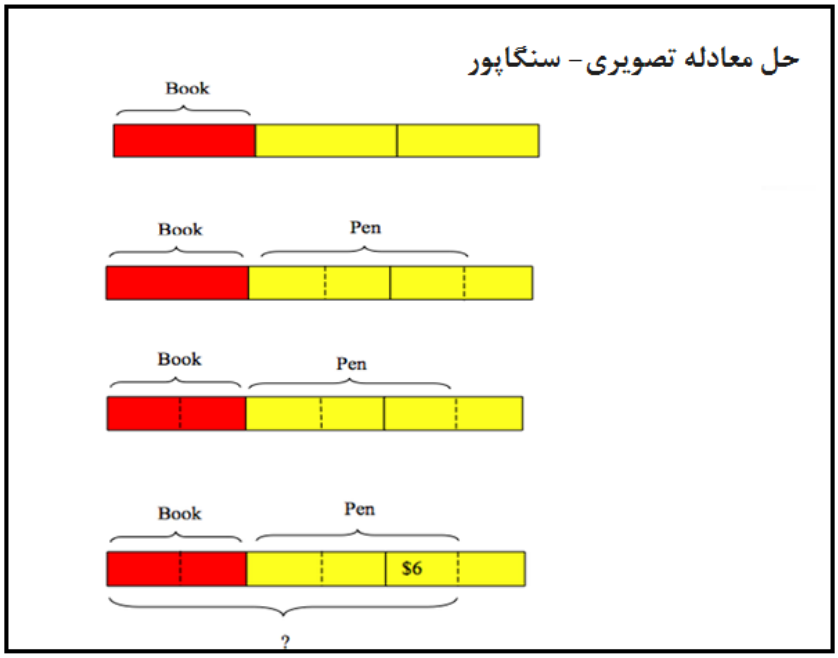

**شکل ۳: معرفی غیر رسمی تابع در برنامه درسی پایه دوم سنگاپور(بررسی الگوو یافتن اعدادجاافتاده)**

### راهبرد های حل مسئله – راه حل های متفاوت

امروزه از دانش آموزان انتظار می رود که گستره ی متنوعی از راهبردهای مناسب برای حل کردن مسئله ها را به کار گیرند. برنامه های درسی بسیاری از کشورها مانند چین، ژاپن و آمریکا بر استفاده دانش آموزان از راهبرد های متفاوت حل مسئله تاکید دارند. راهبردهایی که در آموزش ریاضیات مدرسه ای می توانند استفاده شوند، شامل بکارگیری شکل، جست وجو ی الگو، فهرست کردن همه حالت های ممکن، بررسی مسئله با مقادیر یاحالت های خاص ،کار رو به عقب ، حدس زدن و آزمودن ، تولید یک مسئله معادل و خلق یک مسئله ی ساده

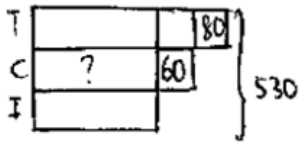
تر  و مانند آن هستند . یک سوال واضح و بدیهی این است که چگونه باید این راهبردهارا آموزش داد؟ بیست واندی استراتژی نیرومند عنوان شده در کتاب چگونه مسئله حل کنیم(پولیا)، در حقیقت از دویست سیصد استراتژی ضعیف تر اما عملا مفید تشکیل یافته است. این استراتژی ها را می توان یاد داد اما زیادبودن تعداد آن ها خود مشکل تازه ای می آفریند. شما باید بدانید ازاین سیصد تکنیکی که بالقوه در اختیار دارید، کدام یک را در چه مواقعی می توان به کار بست. اگر ندانید که چگونه از روشها استفاده کنید، دانستن روش درست کمک چندانی نخواهد کرد. راهی که پژوهش ها برای حل این مشکل پیشنهاد می کنند، تاکید بر روی تعداد کمتری راهبرد در زمان بیشتر و در عوض عمق بخشیدن به فرآیند حل مسئله است. به طور نمونه راهبرد رسم شکل خود شامل تنوعی از راهبرد های جزیی تر است. در نتیجه این امکان وجود دارد که یک مسئله به کمک یک راهبرد معین و از چندین روش حل شود و در عین حال به کمک راهبرد دیگری نیز از چند روش حل شود. در اینجا مثال هایی را برای توضیح بیشتر ارائه می کنیم.

مثال. دانش آموزی $\frac{۱}{۳}$ پولش را کتاب خرید و $\frac{۳}{۴}$ از باقیمانده پول را صرف خرید یک قلم کرد. اگر ارزش قلم ۶ دلار بیشتر از قیمت کتاب باشد، روی هم چقدر پول خرج کرده است؟



**از ۱۵۱ دانش آموز سنگاپوری پایه ۵ خواسته شده بود که مسئله "وسائل" را حل کنند، که نزدیک به نیمی از آن ها به طور صحیح رویکرد معادله تصویری را برای حل مسئله به کار بردند(کای و همکاران، ۲۰۱۱).**

- **در یک حراجی خانم تان ۵۳۰ دلار باری یک میز، صندلی و اتو پرداخت. قیمت صندلی ۶۰ دلار بیشتر از قیمت اتو بود. قیمت میز ۸۰ دلار بیشتر از قیمت صندلی بود. قیمت صندلی چقدر بود؟**




80+60 = 140
140+60=200
530-200=330
330÷3=110
110+60=$170

سعی کنید برای مثال های اخیر راه حل های دیگری نیز ارائه کنید. در سال ۱۹۸۳ وزارت آموزش سنگاپور به طور رسمی در برنامه درسی ریاضی ابتدایی راهیابی شامل رسم نمودار را مطرح کرد. این راهیاب به عنوان ابزاری برای حل مسائل حسابی، همچنین مسائل جبری، مسائل کلامی شامل اعداد صحیح، کسر، نسبت و درصد در نظر گرفته شده بود (کاو، ۱۹۸۷) اعتقاد بر این بوده که اگر دانش آموزان با ابزاری برای تجسم یک مسئله کلامی مجهز شوند- که آن را تبدیل به یک مسئله ساده کلامی حسابی یا جبری می کند- ساختاری که شالوده مسئله را پی ریزی نموده است آشکارمی شود. هنگامی که کودکان ساختار مسئله را درک کنند احتمال بیشتری وجود دارد که آن را حل کنند (کاو،۱۹۸۷).

همان گونه که دریافت از راه دو حس مختلف را ترجیح می دهیم، به همان گونه متقاعد شدن از راه دو استدلال متفاوت را ترجیح می دهیم(پولیا). اطلاع از اینکه مسائل می توانند با راه های مختلف حل شوند در روشی که دانش آموزان با مسائل برخورد می کنند تاثیر خواهد گذاشت. دانش آموزی که فکر می کند تنها یک "راه درست" برای حل مسئله وجود دارد ممکن است که روی مسئله خاصی مدتی فکر کند و اگر توفیقی حاصل نکرد آن را رها کند و منتظر بماند تا در کلاس تکنیک حل به او ارائه شود و این الگویی است که بیشتر دانش آموزان ما در مدرسه بکار می گیرند. شاگردی که فکر می کند جا برای کشف ریاضی وجود دارد و از آن استفاده می کند، احتمال زیاد دارد که با مسئله بیشتر در گیر شود، پیوند هایی برای خودش پیدا کند و شاید به یک راه حل غیر منتظره ای دست یابی پیدا نماید([۴]).

**مسئله باز پاسخ**

در بیشتر مواقع مسائل رایج مورد استفاده در تدریس و همچنین کتاب های ریاضی در دوره های ابتدایی و متوسطه یک ویژگی مشترک دارند که یک و تنها یک پاسخ صحیح دارند. مسائل به گونه ای فرمول بندی شده اند که پاسخ ها صحیح یا غلط هستند و پاسخ صحیح یکتاست. این گونه مسائل را بسته یا کامل می نامند (شیمادا و بکر، ۱۹۷۷).

در حل مسئله پاسخ - باز مسئله چندین پاسخ احتمالی خواهد داشت که می توان آن ها را به چندین روش به دست آورد و تمرکز نه بر روی پاسخ مسئله، بلکه بر شیوه های رسیدن به پاسخ است (مکینتاش وجرت،۲۰۰۰). یکی از فواید تکلیف بازپاسخ نسبت به بسته پاسخ این است که به سهولت قابل استفاده برای کلاس های ناهمگن است زیرا دانش آموزان می توانند تکلیف را در سطوح متفاوت و روش های متفاوت پی گیری کنند. نشان داده شده عموما تکالیف باز پاسخ برای گستره وسیع تری از دانش آموزان قابل دسترس تر از مثال های بسته هستند. مسئله ی بازپاسخ مسئله ای است که پاسخ های صحیح متعددی برای آن وجود دارد و دانش آموزان می توانند در سطحی که مناسب است، به آن پاسخ دهند و سطح معمول درک خود را نشان دهند(کای کو، ۲۰۰۹).

مسائل معمول در ریاضی معمولا هدف خاصی را دنبال می کنند، در حالی که یک سوال باز است که برای حل یک مساله یا معما در عرصه ای وسیع تر به کار گرفته می شود. یک مساله مشخص دارای نقطه ای پایانی است اما مساله باز پاسخ در طیف گسترده ای عمل می کند و نقطه ی پایانی دورتری دارد؛ شیمادا و بکر دریافتند آموزش مفاهیم بالاتر چون مشتق و انتگرال به دانش آموزان لزوما به معنای استفاده دانش آموزان از فرایندهای پیچیده تر ذهنی و مهارت های ریاضی نیست به طور مثال یک دانش آموز ایتدایی می تواند در مقایسه با دانش آموز متوسطه در برخورد با یک مساله یکسان از عملکردهای پیچیده تر ذهنی استفاده کند.

۱. کدامیک از اعداد زیر با بقیه متفاوت است؟

۱۵, ۲۰, ۲۳, ۲۵

دانش آموزان از پایه های مختلف پاسخ های متفاوتی به این سوال می دهند. به طور مثال:

- ۲۰ زیرا تنها عدد زوج در بین بقیه اعداد است.

- ۲۵ زیرا مربع کامل است.
- ۲۳ زیرا عددی اول است.
- ۱۵ زیرا یکان آن فرد است.
- ۱۵ زیرا حاصلضرب دو عدد اول دو قلو (۳ و ۵) است.
- ۲۰ زیرا حاصلضرب ارقام آن صفر است.
- ۲۳ زیرا سه تای دیگر (۲۵و ۲۰ و ۱۵) اضلاع یک مثلث قائم الزاویه هستند.
- ۱۵ زیرا حاصلضرب ارقام آن فرد است.
- ۲۵ زیرا بر خلاف سه تای دیگر نمایش ساعتی از شبانه روز نیست.
- ... نظر شما چیست؟

مثال نمونه بسته: یک خرس قطبی حدود ۲۰ برابر وزن پیتر سنگینی دارد.اگر پیتر ۲۵ کیلو گرم باشد. جرم خرس قطبی چه قدر است؟

نمونه باز: یک خرس قطبی ۵۰۰ کیلو گرم سنگینی دارد. چند تا بچه نیاز دارید تا همان جرم را داشته باشد؟

جواب های مورد انتظار: چون صورت مساله بدون اشاره و راهنمایی است، راه حل می تواند"تقسیم"، "ضرب"، "جمع تکراری" یا "نسبت" باشد. این یک مساله معنا دار واقعی فاقد اطلاعات عددی کامل است؛ که به طور طبیعی کنجکاوی دانش آموز را برانگیخته و آنان باید مفروضات خود را بر داده های ناقص (وزن یک بچه) ساخته، و این نیازمند تصمیم سازی و حدسیه سازی بر میانگین وزن یک بچه از طریق ارتباط دانش آموزان با یکدیگر است.

## طرح مسئله ریاضی

طرح مسئله ریاضی به عنوان تولید مسائل جدید ، و نیز صورت بندی تازه ا ی از یک مسئله موجود تعریف شده است (سیلور ، ۱۹۹۴). "به ندرت از دانش‌آموزان خواسته شده است که برای یک مسئله، فرایندی را ابداع کنند یا مسئله‌های خودشان را بر پایه ارزیابی از یک موقعیت یا داده، طرح کنند". توانایی طرح‌مسئله در آمریکا حداقل از سال ۱۹۹۸، به عنوان یکی از اهداف ریاضیات مدرسه‌ای در نظر گرفته شده و در چین از سال ۲۰۰۲ به اهداف ریاضیات مدرسه‌ای افزوده شده است (یوان و سریرامن،۲۰۱۰). لی‌وی (۲۰۰۷) می‌گوید: "در نظر گرفتن فعالیت‌های طرح‌مسئله در تدریس ریاضی به معلمان کمک می‌کند تا نسبت به ادراکات و دانش

ریاضی دانش‌آموزان بصیرت بهتری بدست آورند. همچنین می‌تواند به کاهش وابستگی آنها به معلم و کتاب درسی کمک کند". مزایای استفاده از تکالیف طرح مساله در کلاس های درس ریاضی در تمام پایه ها بررسی شده است و نمی توان نادیده گرفت که چنین تکالیفی می توانند روی ویژگیهای دیگر دانش آموزان تأثیر بگذارند از جمله روی: ۱) استعداد در ریاضیات، شامل درک و فهم وتوانایی حل مسئله، ( ۲) نگرشها نسبت به ریاضیات، شامل حس کنجکاوی و علاقه، و (۳)احساس مالکیت نسبت به کار خود. به نظر کروتسکی (۱۹۷۶)، دانش آموزانی که در ریاضیات خوب هستند هنگامی که متنی حاوی داده های عددی به آنهاارائه می شود می توانند سوالهای پنهان را ببینند برای مثال، در آزمونی برای شناسایی توانایی ریاضی دانش آموزان ، آزمون از دانش آموزان می خواهد که سوالی طرح کنند که به دنبال متن زیر بیاید: " مسافتی به طول۱۵۵ متر با ۲۵ لوله با طولهای ۵ و ۸ لوله گذاری شده است." سوال ذکر نشده این است که "چه تعداد لوله از هر نوع کارگذاشته شده است؟ " . در سنگاپور، چارچوب برنامه درسی ریاضی بر حل مساله ریاضی تمرکز می کند. در زمره اهداف برنامه درسی، اظهار امیدواری شده است که دانش آموزان قادر به " فرمولبندی" و حل مسائل باشند ". همچنین تکالیف طرح مساله در کتاب های درسی مورد استفاده در مدارس ابتدایی سنگاپور رایج است.

در اینجا مثال هایی از طرح مسئله ریاضی دانش آموزان ارایه می شود.

پایه پنجم ابتدایی:

برای عبارت زیر مسئله ای طرح کنید و آن را حل کنید:

$$(145 - 75) - 30 =$$

مسئله طرح شده و حل شده توسط دانش آموز کلاس پنجم :

نادر ۳۰ تومان داشت. او به خواهرش ۴۵ تومان و به برادرش ۷۵ تومان داد. چقدر از پول برایش باقی مانده است!!

$$(145 - 75) - 30 = 70 - 30 = 40$$

مسئله ای بنویسید که پاسخ آن $۲+\frac{۱}{۲}$ باشد.

- علی **2** مداد دارد که **1/2** آن را به رضا داد. روی هم چه قدر دارند؟
- در یک دریاچه ای **2** لیتر آب وجود دارد اگر **1/2** آب هم به آن دریاچه اضافه کرد آن دریاچه چه قدر آب دارد؟
- سارا **2** تومان پول داشت او از حساب خود **1/2** از پولایش را برداشت حال سارا در بیرون از بانک چه قدر دارد ؟
- محمد 2 بسته آلو داشت . نصف یک بسته دیگر را هم خرید . حالا او چند آلو دارد؟
- علی 2 کیلو و حمید **1/2** کیلوگرم وزن دارد. آن ها روی هم چند کیلوگرم وزن دارند؟

مسئله ای بنویسید که پاسخ آن $۲+\frac{۱}{۲}$ باشد.

- محمد **2** متر پارچه داشت. محمد **1/2** آن را به علی داد بگویید کل پارچه چه قدر است؟
- زهرا **1/2** و فاطمه **2/1** از اتاقی را رنگ کردند . آنها روی هم چه قدر رنگ کردند ؟
- علی **1/2** پولش را خرج کرد و محمد **2** برابرش را پول دارد . روی هم هر دوی آنها چه قدر پول داده اند ؟

علی ۲۰۰۰ تومان پول داشت. **2/1** پولش را خرج کرد و **1/2** پولش را به خواهرش داد . حساب کنید چه قدر برای علی باقی مانده؟

**بدفهمی ها**

خطاهای محاسباتی و بی‌دقتی، نظام‌مند (قابل پیش‌بینی) نیستند و ما عنوان «اشتباه» را به آن‌ها اختصاص می‌دهیم. اشتباهات معمولاً خطاهایی هستند که در اثر بی دقتی رخ می‌دهند. هنگامی که معلم از دانش‌آموز می‌خواهد پاسخ‌هایش را بیازماید یا مجدداً محاسباتش را نگاه کند، چنانچه دانش‌آموز مفهوم تدریس شده را به خوبی درک کرده باشد، متوجه آن اشتباه می‌شود (باتل، ۱۳۸۹). ولی خطاهای نظام‌مند که تحت عنوان

«بدفهمی» شناخته می‌شوند، معمولاً زمانی رخ می‌دهند که در حالت خاص، ایده‌هایی در ذهن دانش‌آموز ایجاد می‌شود و سپس دانش‌آموز در حالت کلی این ایده‌ها را به طور نادرست تعمیم می‌دهد (سویگور، ۲۰۰۸). بدفهمی دانش‌آموزان ممکن است از تجربیات و دانسته‌های پیشین آن‌ها در زندگی روزمره نشأت بگیرد و بطور جدی توسط دانش‌آموزان حفظ شود و لذا نتایج حاصل از یادگیری آن‌ها را به تأخیر اندازد. در ادامه نمونه هایی از بدفهمی های دانش آموزان در پایه های مختلف ارائه می شود.

نمونه ۱: برخی از بدفهمی‌های دانش‌آموزان در ارتباط با مفهوم عدد اعشاری

| | |
|---|---|
| یک صدم = ۰/۱۰۰ | $۱/۳۵ = \frac{۱}{۳۵}$ |
| $۲/۳ = \frac{۲}{۳}$ | $۰/۷ = \frac{۱}{۷}$ |
| ۰/۳ < ۰ | ۰/۵۴۴۴۴۴۴ = ۰/۵۴ |
| ۲۳ = ۰/۲۳ = ۰/۰۲۳ | |

نمونه ۲: برخی از بدفهمی‌های دانش‌آموزان در ارتباط با مفهوم کسر(تیمز)

کدام یک از کسرهای زیر از $\frac{۱}{۲}$ بزرگ‌تر است؟

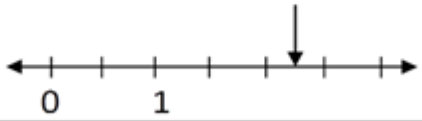
الف) $\frac{۳}{۵}$ ب) $\frac{۳}{۶}$ ج) $\frac{۳}{۸}$ د) $\frac{۳}{۱۰}$

نتایج در جدول ارائه شده است.

| کد | الف | | | ب | | | ج | | | د | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 2011 | 2007 | 2003 | 2011 | 2007 | 2003 | 2011 | 2007 | 2003 | 2011 | 2007 | 2003 |
| ایران | ۳۳.۳ | ۲۹.۷ | 37.7 | ۹.۹ | ۸.۶ | ۸.۴ | ۶.۲ | ۴.۵ | ۴.۳ | ۴۷ | ۵۰.۸ | ۴۸.۳ |
| مقیاس بین المللی | ۴۶.۱ | ۴۴.۱ | ۴۷.۸ | ۱۰.۸ | ۹.۳ | ۹.۱ | ۶.۱ | ۶.۵ | ۵.۴ | ۳۲ | ۳۳.۶ | ۳۱.۴ |

نمونه ۳: برخی از بدفهمی‌های دانش‌آموزان در ارتباط با بازنمایی یک عدد اعشاری(حجم نمونه ۱۹۶ نفر)

پیکان چه عددی را روی محور اعداد نمایش می‌دهد؟ آن را به صورت یک عدد اعشاری بنویسید.




نتایج را در جدول مشاهده می کنید.

| نوع پاسخ‌های ارائه شده | | فراوانی | | درصد فراوانی | |
|---|---|---|---|---|---|
| پاسخ صحیح | ۲/۲۵ | 57 | | 29 | |
| پاسخ‌های نادرست | ۲/۵ | 100 | 129 | 66 | 51 |
| | ۰/۲۵ | 15 | | | 8 |
| | ۲/۴ | 13 | | | 6 |
| | 5 | 1 | | | 1 |
| عدم پاسخگویی | | 10 | | 5 | |
| جمع کل | | 196 | | 100 | |

## منابع

**[۱]** باتل، گیل (۱۳۸۹). روش تدریس ریاضی در دوره ابتدایی، (مترجم: شهرناز بخشعلی زاده)، چاپ اول. تهران، انتشارات سمت، نشر اثر اصلی، ۲۰۰۵.

**[۲]** پورعظیما، زهرا؛ ریحانی، ابراهیم و بخشعلی زاده، شهرناز (۱۳۹۲). بررسی بدفهمی های دانش آموزان سال پنجم ابتدایی در ارتباط با مقایسه اعداد اعشاری. مجموعه مقالات پنجمین همایش ملی آموزش، ۲۶-۲۵ اردیبهشت. تهران: دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی.

**[۳]** پولیا، جورج (۱۹۶۲). خلاقیت ریاضی. ترجمه پرویز شهریاری (۱۳۷۵)، انتشارات فاطمی، چاپ سوم.

**[۴]** کمک به کودکان در یادگیری ریاضیات(۱۳۹۱). مترجم مسعود نوروزیان، انتشارات مدرسه

**[۵]** رضایی، اعظم؛ ریحانی، ابراهیم و یافتیان، نرگس(۱۳۹۳). بررسی راهبردهای مورد استفاده معلمان ریاضی پایه هفتم استان همدان در حل مسائل ریاضی. ششمین همایش ملی آموزش، ۱۸-۱۷ اردیبهشت. تهران: دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی.

**[۶]** ریحانی، ابراهیم و اسکندری، مجتبی (۱۳۹۲). بررسی فرایند طرح‌مسئله در آموزش ریاضی

**[۷]** ریحانی، ابراهیم. بخشعلی زاده، شهرناز و معینی، تریفه (۱۳۸۸). بررسی سیر تکامل دانش مفهومی و دانش رویه ای ریاضی و رابطه ی بین آنها. فصلنامه علمی پژوهشی نوآوری های آموزشی، شماره ۲۹.

**[۸]** ریحانی ابراهیم؛ احمدی، غلامعلی و کرمی زرندی، زهرا (۱۳۹۰). بررسی تطبیقی آموزش فرایند حل مسئله دربرنامه درسی آموزش ریاضی دوره ی متوسطه ی کشورهای آمریکا، استرالیا، ژاپن، سنگاپور و ایران فصل نامه علمی پژوهشی تعلیم وتربیت. شماره ۱۰۵، ۱۱۵-۱۴۱.

**[۹]** سلیمیان ریزی، فاطمه و ریحانی، ابراهیم و (۱۳۹۳). افسانه ی پاسخ صحیح. ششمین همایش ملی آموزش،۰ ۱۸-۱۷ اردیبهشت. تهران: دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی.

**[۱۰]** غیبی، تاییس (۱۳۹۱): بررسی فرایند طرح‌مسئله ریاضی دانش‌آموزان ابتدایی. پایان نامه کارشناسی ارشد آموزش ریاضی، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، دانشکده علوم پایه.

**[۱۱]** مکینتاش و جرت (۲۰۰۰). آموزش حل مسئله ریاضی: تحقق یک چشم‌انداز، مروری بر ادبیات تحقیق. مترجمان زهرا گیلک و زهرا گویا(۱۳۸۵). رشد آموزش ریاضی(۸۶)،۲۱ -۴.

**[۱۲]** Becker, Jerry p, Shigeru Shimada, The open-ended approach: a new proposal for teaching mathematics, ۱۹۹۷.

**[۱۳]** Early Algebraization (۲۰۱۱), Advances in Mathematics Education, Springer-Verlag Berlin Heidelberg.

**[۱۴]** MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING Yearbook ۲۰۰۹, Association of Mathematics Educators (pp ۱۰۲-۱۱۶).

**[۱۵]** NCTM. (۲۰۰۰). Principles and Standards for School Mathematics. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

**[۱۶]** Silver, E. A. (۱۹۹۴). On mathematical problem posing. For the Learning of Mathematics, ۱۴(۱), ۱۹–۲۸.

**[١٧]** Sternberg, R.J. (٢٠٠٥). Cognitive Psychology. Fourth Edition. USA: Wadsworth.

**[١٨]** YEAP Ban Har (٢٠٠٩). Mathematical Problem Posing in Singapore Primary Schools, in

**[١٩]** Yee, Foong Pui .Using Short Open-ended Mathematics Questions to Promote Thinking and Understanding,٢٠٠١.

## نقش تکنولوژی در آموزش ریاضی

در متن کتاب درسی، مؤلفان تنها به استفاده از ماشین حساب تأکید داشته‌اند اما این به خاطر عدم دسترسی همهٔ دانش‌آموزان به تکنولوژی کامپیوترهای شخصی، موبایل و تبلت است. بسیاری از مهارت‌های ریاضیات دبستانی به صورت نرم‌افزارهای طراحی شده برای کامپیوتر یا موبایل در دسترس هستند. طراحی نرم‌افزارهایی که مستقیماً با فعالیت‌های کتاب درسی مرتبط هستند، توسط مؤلفان تشویق می‌شوند. از معلمان انتظار داریم تا جایی که برای دانش‌آموزان امکان دارد از نرم‌افزارهای موجود، در آموزش خود استفاده کنند، چرا که بسیاری از فرصت‌های آموزشی که توسط نرم‌افزارها به وجود می‌آیند، بدون کمک تکنولوژی در کلاس درس غیرقابل اجرا هستند. به علاوه، فرهنگ کار با نرم‌افزارها و استفاده از تکنولوژی در عصر ما، جزء سواد اطلاعاتی محسوب می‌شود و دانش آموزانی که با تکنولوژی آشنایی ندارند برای زندگی در عصر اطلاعات، آمادگی لازم را ندارند.

از دانش‌آموزان در سطح دبیرستان انتظار می‌رود که از توانایی طراحی نرم‌افزارها برای کامپیوتر و موبایل برخوردار باشند، هر چند که به دست آوردن این مهارت در نظام آموزشی ما مورد حمایت قرار نگرفته است. استفاده از تکنولوژی ویدئو پروژکتور می‌تواند تا حدودی عدم دسترسی دانش‌آموزان به تکنولوژی را جبران کند. به این صورت که معلم از کامپیوتر استفاده کند و صفحهٔ کامپیوتر را در ویدئو پروژکتور به نمایش بگذارد. اما متأسفانه همین مقدار تکنولوژی نیز در بسیاری از کلاس‌های درسی مدارس ما در دسترس نمی‌باشد.

با این حال بسیاری از کلاس‌هایی که در آنها ویدئو پروژکتور وجود دارد، از این تکنولوژی به نحو مناسب استفاده نمی‌شود. لازم است ابتدا یک نهضت استفاده از تکنولوژی در بین معلمان ریاضی ایجاد شود تا مقدمهٔ ظهور چنین نهضتی در آموزش همهٔ دانش‌آموزان فراهم آورده شود.

### نقش «معما و سرگرمی» در آموزش ریاضی

«معما و سرگرمی» این فرصت را برای دانش‌آموز فراهم می‌کند که به یک تجربهٔ ریاضی بپردازدکه پیش نیاز چندانی ندارد و دانش آموز می‌تواند به سرعت با محتوا آشنا شود و آن را به کار بندد. خارج شدن از صحنهٔ طولانی ارتباطات مفهومی نظام آموزشی در جهت رفع خستگی و ایجاد تنوع آموزشی نقش مهم را ایفا می‌کند. در کتاب

چهارم دبستان بخش «معما و سرگرمی» از یکسو، تجربه های به هم مربوط در نظریهٔ گره‌ها تشکیل شده است که دانش آموزان را با محتوای ریاضی آشنا می‌کند که فرمول بندی تصویری دارد و نه کلامی و کمتر فرمولی در آن به کار رفته است. این محتوا حوزهٔ ریاضیات را در نظر دانش آموز به حوزهٔ بسیار گسترده‌تری توسعه می‌دهد که با زندگی روزمره ارتباط بیشتری دارد. این باعث می شود مهارت مدلسازی تصویری از سنین دبستان در ساختار شناختی دانش آموزان کاشته و از رشد آن نگاهبانی شود. نقشه کشی ساختمان، پارک، موزه، مرکز خرید، مدرسه و ... از جمله طراحی‌هایی است که مدلسازی تصویری تلقی می‌شوند. دانش آموزان باید در سال‌های انتهایی دبستان چنین طراحی‌هایی را تجربه کنند. در سال‌های آغازین دبستان نقاشی کودکان خود نوعی مدلسازی تصویری تلقی می‌شود. تصویری که کودک از انسان، خانه، کوه یا ابر یا خورشید یا گل و غیره می‌کشد هرگز کاملاً مطابق با واقعیت نیست و کودک نوعی مدلسازی تصویری را تجربه می کند. این مهارت مدلسازی تصویری در سطح دبیرستان با نمودار ون یا رسم نمودار تابع یا رسم نمودارهای آماری خواهد داشت. خلاقیت در طراحی تصویری و معرفی نمادهای تصویری مناسب مهارت دیگری است که از دانش آموزان در سطح دبستان مورد انتظار است.

## نقش «فرهنگ خواندن و فرهنگ نوشتن» در آموزش ریاضی

به غیر از اینکه قسمت‌های «فرهنگ خواندن» فرصتی برای آموزش‌های جنبی و غیر ریاضی فراهم می‌آورد. دانش آموزان را در شرایطی قرار می‌دهند که محتوای ریاضی را از متن استخراج کنند و این موجب رشد توانایی درک مطلب در دانش آموزان خواهد شد. دانش آموزان در قسمت‌های «فرهنگ خواندن» تشویق می‌شوند که بتوانند حتی در یک متن غیر ریاضی محتوای ریاضی استنباط کنند. در قسمت‌های «فرهنگ نوشتن» دانش آموزان ترغیب می‌شوند آموخته‌های خود را به صورت کلامی شرح دهند و این مهارت کامل کنندهٔ مهارتی است که دانش آموزان در قسمت‌های «فرهنگ خواندن» به دست می‌آورند. قسمت‌های «فرهنگ خواندن» مقدمه‌ای برای مطالعهٔ کتب و مقالات ریاضی و قسمت‌های «فرهنگ نوشتن» مقدمه‌ای برای نوشتن یک مقالهٔ ریاضی است. در سطح آموزش دبستان انتظار نمی‌رود دانش آموز به سطحی از مهارت خواندن و نوشتن که به آن اشاره شد برسد اما در سطح دبیرستان مطالعهٔ کتب و مقالات ریاضی و هم نوشتن یک مقالهٔ ریاضی در دستور کار قرار دارد. البته از دانش آموز دبیرستانی انتظار نداریم که محتوای مقالهٔ ریاضی را خودش تولید کند. ولی باید بتواند محتوای مقاله را جمع آوری و تنظیم کند و سپس به ساختار یک مقالهٔ ریاضی ترجمه نماید. این بخشی از محتوای عمومی آموزش خواندن و نوشتن در نظام آموزشی است که در حالت خاص آموزش ریاضی فرمول بندی شده است. توانایی نوشتن یک داستان کوتاه و یا یک پاراگراف توصیفی در سطح آموزش دبستان مورد انتظار است. دانش آموز در اواخر دورهٔ دبستان باید به جایی برسد که بتواند از یک متن چند پاراگرافی محتوای آموزش ریاضی استخراج نماید و یا در حد یک پاراگراف آموخته های ریاضی خود را شرح دهد.

## روش تدریس فعال

با توجه به مطالب عنوان شده در بخش‌های مختلف، در این قسمت به طور مختصر روش تدریس کتاب درسی ریاضی و انتظارات مؤلفان مطرح می‌شود. از آنجا که انجام دادن و ساختن دانش در دیدگاه انسان‌گرایانه به ریاضیات و آموزش آن مورد نظر است و آموزش از طریق حل مسئله را مورد نظر قرار می‌دهد، روش تدریس متناسب با چنین رویکردی، روش فعال دانش‌آموزمحور است. به همین جهت، تمام درس‌های کتاب با یک فعالیت آغاز می‌شود. هر یک از این فعالیت‌ها به نوعی دانش‌آموز را درگیر حل مسئله می‌کند. امیدواریم آموزش به راهبردهای حل مسئله کمک کند تا دانش‌آموزان بتوانند به مسائل مطرح شده در فعالیت‌ها نیز پاسخ دهند. انتظار می‌رود معلم، تدریس خود را با فعالیت کتاب درسی آغاز کند و پس از آن به کمک دانش‌آموزان و پاسخ‌هایی که به فعالیت داده‌اند، محتوای مفاهیم مطرح شده را جمع‌بندی کند. کار در کلاس‌ها به منظور بازخوردگیری و سنجش میزان یادگیری دانش‌آموزان طراحی شده و تمرین‌ها نیز جهت تثبیت یادگیری طراحی شده‌اند.

از آنجا که کتاب‌های درسی برای تمام دانش‌آموزان کشور نوشته می‌شود و به جهت تفاوت‌هایی که آنها در برخورداری از امکانات دارند و هم‌چنین توانایی و استعدادهای آنها متفاوت است، این احتمال وجود دارد که فعالیت مطرح شده در کتاب درسی برای همه به یک میزان مفید نباشد. بنابراین انتظار داریم معلمان محترم، فعالیت‌های کتاب درسی را برای دانش‌آموزان کلاس خود متناسب‌سازی کنند. یعنی ممکن است یک فعالیت پیش‌نیاز قبل از ورود به کتاب طرح و اجرا کنند و یا یک فعالیت تعمیمی و تکمیلی پس از انجام فعالیت کتاب ارائه کنند. اما آنچه اهمیت دارد این است که فعالیت کتاب درسی مسیر و راه ورود به مطلب و مفهوم‌سازی را مشخص می‌کند. هم‌چنین در بعضی از کار در کلاس‌ها و تمرین‌ها نیز مفاهیمی تازه مطرح می‌شوند. هدف این است که در

این موارد دانش‌آموزان، دانش‌ها و مهارت‌های خود را تعمیم دهند و انتظار داریم با انجام فعالیت‌های قبلی به این نکات تازه دست یابند.

**شیوهٔ ارزشیابی**

در برنامهٔ درسی جدید ارزشیابی دانش‌آموزان در دورهٔ ابتدایی متحول شده است. از معلمان انتظار می‌رود تا ارزشیابی را در فرایند کار انجام دهند نه در پایان آن. هم‌چنین ارزشیابی در خدمت آموزش باشد یعنی به معلم بازخورد دهد تا روش خود را کامل و تصحیح کند. علاوه بر آن کاستی‌های یادگیری دانش‌آموزان را تشخیص داده و نسبت به رفع آن اقدام کند. در این فرایند از روش‌های متنوع ارزشیابی مثل مشاهده و تکمیل چک‌لیست‌ها، خودارزشیابی، ارزشیابی توسط سایر دانش‌آموزان، آزمون‌های عملکردی، امتحان‌های شفاهی و تنوع در سؤال‌های کتبی استفاده کند.

در پایان با جمع‌آوری مستندات لازم و با توجه به معیارها و ملاک‌های مشخص شده، ارزشیابی خود را با تکمیل فرم مربوطه ارائه کند.

با توجه به این‌که دامنهٔ این موضوع گسترده است، توصیه می‌کنیم معلمان محترم به کتابی که در زمینهٔ ارزشیابی توسط سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی منتشر شده، رجوع کنند. در این کتاب علاوه بر آن‌که مبانی نظری روش‌های ارزشیابی به طور خلاصه مطرح شده است، فهرستی از معیار و ملاک‌های ارزشیابی به تفکیک درس‌های مختلف ارائه شده و شما می‌توانید با به مراجعه جداول مربوط به درس ریاضی با معیارهای آن آشنا شده ئ در ارزشیابی دانش‌آموزان به کار برید.

**ساختار محتوای کتاب درسی**

کتاب درسی ریاضی چهارم شامل ۷ فصل است. هر فصل از بخش‌های زیر تشکیل شده است:

- صفحهٔ عنوان: در این صفحه، ۳ تصویر و یک متن وجود دارد که به معلمان کمک می‌کند تا انگیزهٔ لازم را برای شروع درس به دانش‌آموزان بدهد. هم‌چنین در فرایند تدریس فصل، معلمان محترم می‌توانند چندین مرتبه به صفحهٔ عنوان برگردند و از محتوای آن برای مقدمه‌چینی و ایجاد انگیزه در شروع تدریس استفاده کنند.
- حل مسئله (۲ صفحه): راهبردهای حل مسئله در سال‌های دوم و سوم دبستان به طور کامل، تدریس شده‌اند. در کتاب چهارم همان الگوی ۲ صفحهٔ آموزش راهبردها تکرار شده، با این تفاوت که هر دو صفحه به دو راهبرد و یا ترکیب آنها می‌پردازد. در واقع قصد این است که به مرور دانش‌آموزان را برای تشخیص راهبردها و ارتباط بین آنها آشنا کند. ضمن آن‌که از نظر موضوعی راهبردهایی انتخاب شده‌اند که در انجام فعالیت‌های آن فصل می‌تواند به دانش‌آموزان کمک بیشتری کند.
- درس‌ها (٤ صفحه): هر درس شامل فعالیت، کار در کلاس و تمرین بوده و در ٤ صفحه ارائه شده‌اند و هر فصل به طور معمول از ٤ درس تشکیل شده است (فصل سوم شامل ٦ درس و در عوض آن، فصل هفتم دارای ۲ درس است). بنابراین در مجموع کتاب، ۲۸ درس ٤ صفحه‌ای دارد. به طور تقریبی یک‌سال تحصیل حداقل ۲۸ هفتهٔ مفید آموزشی دارد. بنابراین می‌توان این طور در نظر گرفت که آموزش هر درس یک هفته انجام می‌شود. به این ترتیب به نظر می‌رسد تدریس و حل تمرین‌های ٤ صفحه در یک هفته متناسب و معقول است.

- مرور فصل (۳ صفحه): در پایان هر فصل در ۳ صفحه، مطالب و محتوای آن فصل مرور می‌شود. این بخش شامل فرهنگ نوشتن، تمرین (سؤال‌های ترکیبی) معما و سرگرمی و فرهنگ خواندن است. در بخش‌های گذشته اهمیت و دلایل قرار گرفتن این قسمت‌ها توضیح داده شد.

تمرین‌های ترکیبی هر دو فصل مطالب ٤ درس را مرور و ترکیب می‌کند اما ممکن است این تعداد تمرین، برای یادآوری و دوره کافی نباشد. بنابراین، معلمان محترم می‌توانند هم تعدادی تمرین دوره‌ای برای هر فصل تهیه و در اختیار دانش‌آموز قرار دهند و هم می‌توانند در این تمرین‌های دوره‌ای مفاهیم و مطالب فصل‌های قبل را نیز یادآوری کنند. برای مثال در پایان فصل سوم هم، مطالب آن فصل را مرور کنند و هم مفاهیم فصل‌های اول و دوم را در دوباره یادآوری نمایند.

در این قسمت، جدول زمان‌بندی تقریبی و پیشنهادی مؤلفان ارائه می‌شود تا معلمان محترم بتوانند میزان پیشرفت کار خود را ارزیابی کنند. مجدداً یادآوری و تأکید می‌شود که این جدول پیشنهادی است و معلمان می‌توانند تناسب با کلاس خود و توانایی دانش‌آموزان برنامهٔ خود را دنبال کنند.

توصیهٔ اکید می‌شود که از اتمام درس در پایان اسفند ماه جداً خودداری کنید. فرایند تدریس و آموزش را تا پایان سال دنبال کنید. این کتاب‌ها نیازی به دوره در فروردین و اردیبهشت ماه ندارند.

## زمان‌بندی پیشنهادی برای تدریس درس‌های ریاضی پایهٔ چهارم

| زمان | فصل | هفتهٔ اول | هفتهٔ دوم | هفتهٔ سوم | هفتهٔ چهارم |
|---|---|---|---|---|---|
| **مهر** | فصل ۱ | عددنویسی | الگوها | ماشین ورودی خروجی | معرفی میلیون |
| **آبان** | فصل ۲ | شناخت کسرها | جمع و تفریق | تساوی کسرها | ضرب عدد در کسر |
| **آذر** | فصل ۳ | ضرب عدد دورقمی | محاسبهٔ ضرب | محاسبهٔ تقریبی | تقسیم و بخش‌پذیری |
| **دی** | فصل۳ و اول‌فصل ٤ | تقسیم برعددهای یک‌رقمی | تقسیم بر عدد دورقمی | مرور فصل | زاویه |
| **بهمن** | فصل ٥ | اندازه‌گیری زاویه | اندازه‌گیری زمان | اندازه‌گیری طول | عدد مخلوط |
| **اسفند** | فصل ٦ | عدد اعشاری | جمع و تفریق اعشاری | ارزش مکانی عددهای اعشاری | عمود - موازی |
| **فروردین** | ادامهٔ فصل ٦ | - | - | چهارضلعی‌ها | مساحت متوازی‌الاضلاع و مثلث |
| **اردیبهشت** | فصل ۷ | محیط و مساحت | نمودار خط‌شکسته | احتمال | - |

# بخش دوم

## بررسی صفحه به صفحه

## و روش‌های تدریس مفاهیم و محتوای

# کتاب درسی ریاضی

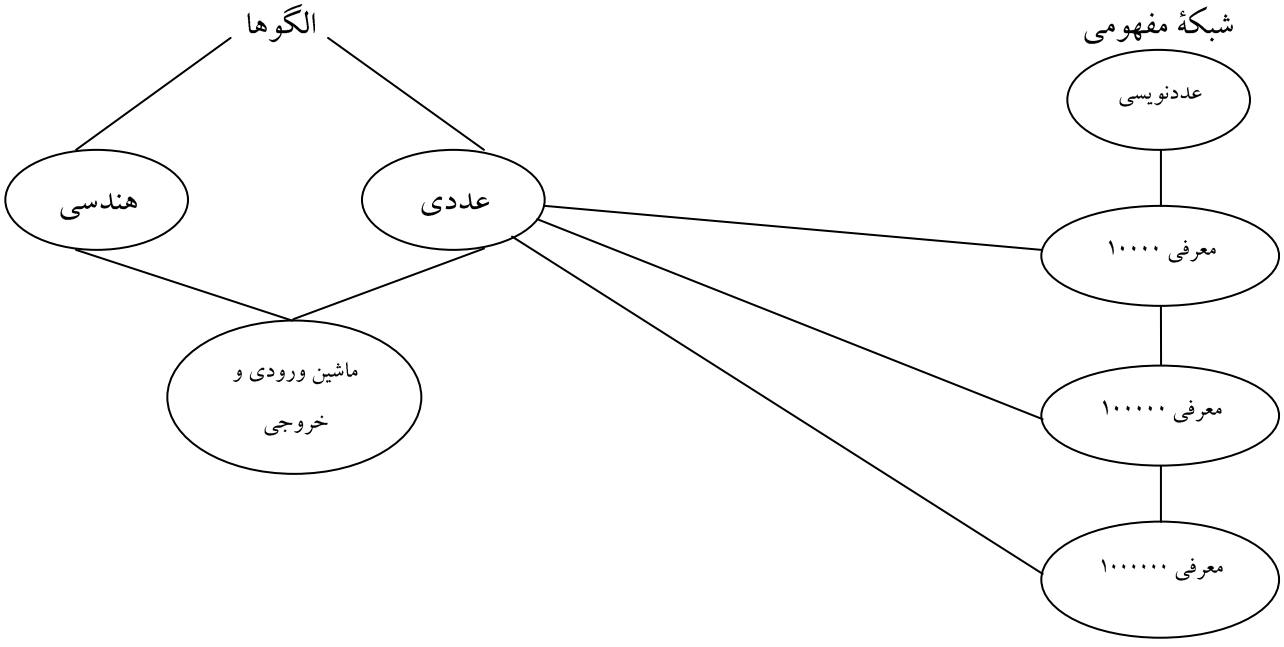
# چهارم دبستان

# فصل ۱

## اعداد و الگوها

**نگاه کلی به فصل:**

در این فصل دانش آموزان ابتدا عدد نویسی هزار (تا ٤ رقم) را به رقم های پنجم و ششم تعمیم می دهند. سپس ضمن یادآوری الگویابی، الگوهای کشف شده را برای جمله یا شکل مورد نظر تعمیم می دهند و با الگوهای ضرب و ماشین های ورودی و خروجی که با ضرب و تقسیم کار می کنند، آشنا می شوند. سپس الگوها و ماشین های ترکیبی (جمع و تفریق یا ضرب و تقسیم) مطرح می شود در انتها دانش آموزان با طبقه میلیون آشنا شده و عدد نویسی بیشتر از ٦ رقم (تا ۹ رقم) را تمرین می کنند.




**تصویر عنوانی**

در دست ساخته های بشر نمونه های فراوانی وجود دارد که از طبیعت الهام گرفته شده است. برای مثال نقش های روی فرش شبیه گل های طبیعی هستند. در این صفحه تأکید بر سازه هایی است که در آنها الگوهایی وجود دارد مثل نقش تاج برج میلاد و یا طرح برج تایپه که از الگوی موجود در درخت بامبو برگرفته است.

# دانستنی هایی برای معلم

**الگوها و تعمیم**

مهارت تعمیم دادن و فرمول بندی فعالیت های ریاضی در رشد تفکر ریاضی از اهمیت خاصی برخوردار است. عمل تعمیم، کاملاً به عمل تجرید وابسته است. با آن که بر سر یک تعریف واحد در مورد تعمیم توافق نشده است، با این حال کوشش های زیادی برای ارائه یک توصیف مناسب از تعمیم انجام شده است. از نظر پولیا (ترجمه احمد آرام، ۱۳۷۹) تعمیم عبارت از گذشتن از ملاحظه یک چیز به ملاحظه دسته ای از چیزهاست که آن چیز یکی از آنها به شمار می رود، یا گذشتن از ملاحظه یک دسته محدود به ملاحظه دسته فراگیرتری است که آن دسته محدود را نیز شامل است. تعمیم به مثابه یک فرآیند و به شکل یک محصول آموزش ریاضی، اهمیت و ارزش خود را به عنوان یک هدف آموزشی داراست. تعمیم را به عنوان، توسعه استدلال یا ارتباط با سطحی که دیگر روی موارد یا مسائل خودشان متمرکز نیست، بلکه، ترجیحاً روی الگوها، رویه ها، ساختارها و روابط بین شان متمرکز است، تعریف می کنند. فهم تعمیم و بیان تعمیم دو موضوع متفاوت هستند که هرکدام به نوبه خود بااهمیت هستند. این دو موضوع می تواند با هم اشتباه گرفته شود. در بسیاری از مواقع مشکلات دانش آموزان در بیان تعمیم و نه در شناسایی آن است. دانش آموزان اغلب فاقد زبانی هستند که با آن در مورد تعمیم بحث کنند. در صورت آموزش مناسب (حداقل در شکل های زبانی و شبه تعمیم[۱۲] )، دانش آموزان دوره ابتدایی و میانی می توانند یاد بگیرند ساختارهای قوی ریاضی را درک کنند که به طور معمول پشتوانه ای برای دوره متوسطه است.

## تعمیم جبری

اهمیت تعمیم به عنوان یک فعالیت جبری، به طور گسترده با تحقیق روی یادگیری و یاددهی جبر مشخص شده است. آموزش جبر در مدرسه می تواند فرصت های مناسبی برای دانش آموزان در تعمیم دادن فراهم کند. اصول و استانداردها برای ریاضیات مدرسه(NCTM، ۲۰۰۰) درباره جبر مدرسه ای بیان می کند که برنامه های آموزشی از پیش دبستان تا پایان پایه دوازدهم باید همه دانش آموزان را قادر سازد تا:

- الگوها، روابط و توابع را درک کنند؛
- موقعیت ها وساختارهای ریاضی را با استفاده از نمادهای جبری بازنمایی و تجزیه و تحلیل کنند؛
- مدل هلی ریاضی را برای بازنمایی و درک روابط کمّی به کار برند؛

[۱۲] Quasi-Generalisation

- و تغییر را در زمینه های گوناگون مورد مطالعه قرار دهند.

مسائل تعمیم می تواند در همه مقاطع تحصیلی مطرح شود و منجر به رشد تفکر جبری گردد. دانش آموز ابتدایی می تواند خواص و ویژگی های دستگاه اعداد همچون خواص جابجایی عمل ضرب و جمع را بیان کند و همچنین با تعمیم های عددی به درک مفهوم تابع نزدیک شود و با مسائلی همچون جاهای خالی در روابط و اعمال ریاضی، مفهوم متغیر در جبر را درک کند. دانش آموزان در سطح بالاتر می توانند تعمیمی برای معادلات و عبارات جبری و نوشتن قوانین و روابط بین موضوعات ریاضی یا مسائل روزمره داشته باشند. نتایج تحقیقات نشان می دهند موفقیت در تعمیم، وابسته به درک دانش آموزان از مفهوم متغیر است و مفهوم متغیر نیاز به یک تفکر انتزاعی گسترده دارد.برای الگوها و جداول عددی، دو نوع تعمیم بازگشتی[۱۳] و صریح[۱۴] وجود دارد که هریک از این نوع تعمیم ها از سه طریق ایجاد می شود:

۱) تعمیم واقعی[۱۵] که شامل فعالیت های عددی است که دانش آموزان را به درگیر شدن با موارد خاص قادر می سازد.

۲) تعمیم زمینه ای[۱۶] که روی عبارات توصیفی و مجردتر هم چون "شکل بعدی" متمرکز می شود و به عنوان زبانی برای تعمیم استفاده می شود.

۳) تعمیم نمادین[۱۷] که در آن نماد سازی جبری (شامل درک و به کار گیری زبان جبری) برای بیان تعمیم استفاده می شود.

[۱۳] Recursive
[۱۴] Explicit
[۱۵] Factual
[۱۶] Contextual
[۱۷] Symbolic

**توسعه مفاهیم**

با طرح سؤال هایی مثل تمرین های زیر می توانید محتوای این درس را توسعه داده و تحقیق کنید.

سؤال ۱) اگر این یک الگو با طول ۳ مربع باشد:

- یک الگو با طول ٤ مربع از چند نقطه تشکیل می گردد؟

  توضیح بده یا نشان بده که چگونه جواب را تعیین کردی؟
- یک الگو به طول ۱۰ مربع، از چند نقطه تشکیل می گردد؟

  توضیح بده یا نشان بده که چگونه جواب را تعیین کردی؟
- یک الگو به طول ۵۰ مربع، از چند نقطه تشکیل می گردد؟

  توضیح بده یا نشان بده که چگونه جواب را تعیین کردی؟
- یک الگو به طول n مربع، از چند نقطه تشکیل می گردد؟

  توضیح بده یا نشان بده که چرا فرمول شما درست کار می کند؟
- یک الگو که ۱۲۲ نقطه داشته از چند مربع تشکیل شده است؟

  توضیح بده یا نشان بده که چگونه جواب را تعیین کردی؟

سؤال ۲) یک نرده به طول ۲ از الگوی چوب کبریتی مقابل داده شده است.

- یک نرده به طول ۱۰، از چند چوب کبریت تشکیل می گردد؟

  توضیح بده یا نشان بده که چگونه جواب را تعیین کردی؟
- در این الگو،یک نرده به طول ۵۰ مربع، از چند چوب کبریت تشکیل می گردد؟

  توضیح بده یا نشان بده که چگونه جواب را تعیین کردی؟
- یک نرده به طول n، از چند چوب کبریت تشکیل می گردد؟

  توضیح بده یا نشان بده که چرا فرمول شما درست کار می کند؟
- مرحله چندم از این الگو دارای ۱۵۱ چوب کبریت است؟

  توضیح بده یا نشان بده که چگونه جواب را تعیین کردی؟

سؤال ۳) به این شکل نگاه کنید. ۱۲ کاشی تیره در حاشیه یک ردیف از ۳ کاشی سفید قرار می گیرند.

- ❖ چند کاشی تیره حاشیه یک ردیف ۱۲ تایی از کاشیهای سفید را تشکیل می دهند؟ توضیح بده یا نشان بده که چگونه جواب را تعیین کردی؟
- ❖ چند کاشی تیره حاشیه یک ردیف ٦٠ تایی از کاشیهای سفید را تشکیل می دهند؟ توضیح بده یا نشان بده که چگونه جواب را تعیین کردی؟
- ❖ چند کاشی تیره حاشیه یک ردیف n تایی از کاشیهای سفید را تشکیل می دهند؟ توضیح بده یا نشان بده که چرا فرمول شما درست کار می کند؟

## استفاده از ابزار تکنولوژی

۱- یکی از کاربردهای ماشین حساب در این درس طرح الگویابی با عددهای بزرگ است. دانش آموزان می توانند برای کشف رابطهٔ بین عددها و الگوی عددی داده شده از ماشین حساب استفاده کنند. برای مثال الگوی عددی زیر ۵۳ تا ۵۳ تا اضافه شده است.

۱۹ , ۷۲ , ۱۲۵ , ۱۷۸ , ...

در اینجا هدف از تشخیص رابطهٔ بین عددها است لذا در حل این مسئله استفاده از ماشین حساب توصیه می شود.

۲- نرم افزارهای زیادی وجود دارد که به کمک آن می توانید با رسم شکل های هندسی الگوهای متفاوتی ایجاد کنید. کار با این نرم افزارها صرفاً به جهت جذابیت و انگیزه دادن به دانش آموزان مؤثر است و می تواند در کلاس درس تنوع ایجاد کند.

## نمونه سؤال های ارزشیابی

۱- برای مسابقهٔ فوتبال ۹۵۸۲۰ نفر تماشاچی به استادیوم رفته اند. با توجه به این عدد به سؤال های زیر پاسخ دهید.

- عدد چند رقمی است؟
- با حروف بنویسید:
- رقم دهگان هزار آن چند است؟
- ارزش بزرگترین رقم این عدد چیست؟
- چند نفر دیگر تماشاچی بیاید تا ۱۰۰/۰۰ نفر تکمیل شود؟

۲- با توجه به الگوی مقابل شکل دهم از چند مربع درست شده است؟

۳- جاهای خالی را کامل کنید.

٤- دو عدد داده را با هم مقایسه کنید.

۵- کوچکترین عدد ۵ رقمی زوج را بنویسید که در آن رقم های ۷ و ۳ به کار رفته باشد و رقم تکراری هم نداشته باشد.

٦- ۲۰ تا ۱۰ هزار تا برابر است با: .....  ٤۵۰ تا ۱۰۰ تایی برابر است با: .....

## معرفی منابع

## چک لیست ارزشیابی

| | بسیار خوب | خوب | قابل قبول | نیازمند تلاش بیشتر |
|---|---|---|---|---|
| ۱-راهبردهای رسم شکل الگویابی را در حل مسائل به کار می برد. | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ۲-عددهای تا ۹ رقم را می خواند، می نویسد و در جدول ارزش مکانی قرار می دهد. | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ۳-الگوهای عددی یا هندسی ترکیب را کشف کرده و برای جملهٔ مورد نظر تعمیم می دهد. | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ٤-الگوها و ماشین های ورودی و خروجی با ضرب و ترکیب با جمع و تفریق را انجام می دهد. | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ٥-از عددهای؟؟؟میلیون درک و تصور دارد و مصادیق مربوطه را بیان می کند. | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ٦- گستردهٔ عددهای تا ۹ رقم را می نویسد و محاسبه فرضی جمع و تفریق بین آنها را انجام می دهد. | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ۷-مسئله های عدد نویسی را با توجه به شرایط مسئله انجام می دهد. | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ۸-عددهای تا ۹ رقم را با هم مقایسه می کند. | ○ | ○ | ○ | ○ |
| ۹-از ماشین حساب برای عدد نویسی و محاسبات به درستی استفاده می کند. | ○ | ○ | ○ | ○ |

## حل مسئله – راهبردهای الگویابی و رسم شکل

**هدف:** ۱- به کار بردن راهبردهای رسم شکل و الگویابی
۲- تعمیم دادن یک الگو برای یافتن جملهٔ مورد نظر پس از الگویابی
۳- برقراری ارتباط بین راه های مختلف حل مسئله

**روش تدریس:**

تا انتهای کلاس سوم دبستان تمام الگوهای هندسی و عددی ارائه شده در کتاب های ریاضی با هدف کشف الگو و پیدا کردن رابطهٔ بین عددها و شکل و ادامه دادن الگو است. از این صفحه موضوع پیدا کردن شکل یا جملهٔ مورد نظر با هدف تعمیم دادن الگوی کشف شده مطرح می شود. اولین مسئله به طور عمدی از سؤال های کتاب ریاضی سوم دبستان است تا دانش آموزان با آن آشنایی داشته باشند و کشف الگو را با راحتی انجام دهند. در این سؤال از دانش آموزان خواسته می شود که الگوی کشف شده را تعمیم داده و شکل هفتم را پیدا کنند. دانش آموزان باید با کامل کردن و مطالعه سه روش ارائه شده در کتاب و توضیح هر کدام با مفهوم تعمیم دادن آشنا شوند. در روش اول دانش آموز سعی کرده است با رسم شکل های پنجم، ششم و سپس هفتم پاسخ مسئله را بدهد. لازم به ذکر است که در پایان این درس انتظار می رود دانش آموزان در سؤال های مشابه و بعدی این کار را انجام دهند، بلکه با پیدا کردن الگوی موجود شکل هفتم را پیدا و رسم کنند. در روش دوم همین اتفاق افتاده است. در این روش دانش آموز کشف می کند که هر شکل از اضافه شدن دایره ها به تعداد شمارهٔ آن شکل، به شکل قبلی ساخته می شود. به این ترتیب می توان نتیجه گرفت که شکل هفتم با اضافه شدن هفت دایره به شکل ششم به دست می آید. در روش سوم الگوی هندسی به الگوی عددی تبدیل شده است و دانش آموز با کشف رابطهٔ عددی بین جمله های این الگو، تعداد دایره های شکل هفتم را پیدا می کند.

در صفحهٔ دوم نیز تبدیل الگوی عددی به الگوی هندسی (رسم شکل) مورد نظر قرار گرفته است. ضمن آنکه دانش آموزان یاد می گیرند که جمله های مورد نظر را با کشف الگو پیدا کنند. در سؤال اول یادآوری شمردن ۱۰۰ تا ۱۰۰ با یک الگوی عددی انجام شده است.

در سؤال دوم شمردن ۱۲۰ تا ۱۲۰ تا مورد نظر است. در راه حل اول با رسم شکل عددهای بعدی به دست می آید تا در ضمن انجام آن رابطهٔ ۱۲۰ تا اضافه شدن کشف شده تا دانش آموزان بتوانند به سؤال های پایانی پاسخ دهند.

برای پیدا کردن عدد بعد از ۳۶۰، باید ۱۲۰ را با آن جمع کرد و به همین ترتیب عددهای پنجم و ششم را می توان پیدا کرد.

**توصیه های آموزشی:**

۱- توصیه می شود در صفحه دوم از ابزار مکعب های یکی، ۱۰ تایی و صدتایی نیز برای دانش آموزان دست ورز استفاده شود.

۲- در رسم شکل ها از یک نقطه برای یکی ها، از یک پاره خط برای ۱۰ تایی و از یک مربع برای صدتایی ها استفاده کنند. لازم نیست این شکل ها دقیق و زیبا رسم شود.

۳- انجام این مسئله یک بار با ماشین حساب نیز توصیه می شود.

٤- برای پیدا کردن عدد بعد از ٤۸۰ در رسم شکل، توجه دانش آموزان را به جایگزین کردن یک دسته صدتایی با ۱۰ تا ۱۰ تایی جلب کنید.

٥- بیان رابطه به صورت کلامی توسط دانش‌آموزان و توجیه یکدیگر در بحث های کلاسی توصیه می شود.

**بدفهمی های رایج دانش آموزان**

یکی از بدفهمی های دانش آموزان در الگویابی پیدا کردن رابطه بین دو جمله یا دو شکل از الگو و تعمیم دادن آن است در حالی که این رابطه ممکن است قابل تعمیم نباشد. برای مثال در الگوی تعداد دایره ها بین شکل های اول و دوم رابطهٔ اضافه شدن ۲ تا دایره است پس آن را تعمیم داده و بیان می کنند که به شکل دوم نیز دو دایره اضافه شود شکل سوم ساخته می شود. در این صورت توجه آنها را به شکل های بعدی جلب کنید تا به اشتباه خود پی ببرند.

## عدد نویسی

**هدف:**

۱- یادآوری عدد نویسی در طبقهٔ هزار تا حداکثر ٤ رقم

۲- تعمیم نحوه عدد نویسی تا رقم های پنجم و ششم

۳- نوشتن عدد در جدول ارزش مکانی و درک ارزش رقم ها

٤- خواندن و نوشتن عددهای کمتر از میلیون به رقم و حروف

٥- داشتن درک درست از عددهای کمتر از میلیون و پیدا کردن مصداق های عینی

٦- پیدا کردن رابطه بین ارزش مکانی طبقه هزار و نوشتن گستردهٔ عددها

۷- پیدا کردن عدد با توجه به توصیف و شرایط بیان شده در مسئله

**ابزار مورد نیاز:**

۱- مکعب های یکی، ده تایی و صدتایی

۲- چرتکهٔ آموزشی

۳- پول ها تا ۱۰ هزار تومان

**روش تدریس:**

هدف کلی این درس آموزش خواندن و نوشتن عددهای کمتر از میلیون است. دانش آموزان در کلاس سوم با عدد ۱۰۰۰ و عدد نویسی تا چهار رقم آشنا شده اند. در اینجا نیز ضمن یادآوری آن عدد نویسی به پنج و شش رقم تعمیم داده می شود.

درس را با انجام فعالیت آغاز کنید. هدف فعالیت این است که دانش آموزان یک مکعب هزارتایی و یک میلهٔ ۱۰ تایی از آن را که عدد ۱۰ هزار را می سازد تشخیص و ؟؟؟؟ آن را با ابزارهای دیگر مثل پول و چرتکه تطبیق دهند. در واقع سؤال چهارم این صفحه هدف نهایی فعالیت را نشان می دهد. شکل سمت چپ یک میلهٔ ۱۰ هزار تایی و ٤ مکعب هزار است، بنابراین عدد ١٤ هزار را نشان می دهد.

در کار در کلاس این درس دانش آموزان علاوه بر آنکه عددها را در جدول ارزش مکانی قرار می دهند، رابطهٔ بین ارزش هزار و ۱۰ هزار را درک می کنند. سؤال سوم این کار در کلاس بسیار اهمیت دارد و مقدمه ای است برای آنکه دانش آموزان بتوانند عدد را با توجه به طبقهٔ آن بخوانند. در واقع از این تمرین معرفی طبقهٔ هزار آغاز می شود. دانش آموزان عدد داخل جدول را ٤٧ هزار می خوانند اما ممکن است با ندیدن صفرهای آن در خارج کردن عدد از جدول دچار اشکال شوند. به همین دلیل در تمرین اول کار در کلاس همان عدد ٤٧ هزار در جدول ارزش مکانی نوشته شده تا با مقایسهٔ آن با سؤال سوم مفهوم طبقهٔ هزار و خواندن و نوشتن عدد شکل بگیرد.

در فعالیت سوم این درس هدف ساختن صفحهٔ ۱۰۰ هزار تایی است. ابتدا شمردن ۱۰ هزار تا ۱۰ هزار تا در یک الگوی عددی تمرین می شود، سپس، میلهٔ ۱۰ هزار تایی کنار هم قرار می گیرند تا دو تا از این میله های ۱۰ هزار تایی یک صفحهٔ ۱۰۰ هزار تایی را بسازد.

در کار در کلاس دوم این درس نیز طبقهٔ هزار تایی کامل می شود. سؤال دوم این کار در کلاس بسیار مهم و کلیدی است. دانش آموزان باید در نمونه مثال طبقهٔ هزار یک نمونه طبقهٔ یکی ها را بخوانند. سپس در قسمت دوم با کتار هم قرار دادن آنها دو عدد ٦ رقمی را بسازند و خواندن عدد را با ترکیب عددهای خوانده شده در قسمت بالا کامل کنند. در قسمت بالا عدد ۷۲۱ هزار و عدد ٤٥٣ به طور جداگانه خوانده شده اند. حالا وقتی در کنار هم قرار می گیرند، عدد ۷۲۱ هزار و ٤٥٣ شکل می گیرد. این کار مقدمه ای است برای سه رقم سه رقم جدا کردن عددها و خواندن عدد.

**حل بعضی از تمرین ها**

در قسمت تمرین چند سؤال مهم وجود دارد.

در سؤال ٦ دانش آموزان باید با توجه به شرایط گفته شده در مسئله عدد مورد نظر را پیدا کنند. برای مثال کوچکترین عدد پنج رقمی بدن تکرار رقم ها، ۱۰۲۳٤ و بزرگترین عدد چهار رقمی بدون تکرار رقم ها ۹۸۷٦ خواهد شد.

در سؤال ۸ نیز دانش آموزان باید مصداق هایی برای عدد ٤۷۰۰۰ پیدا کند. برای مثال من یک بلوز به قیمت ٤۷۰۰۰ هزار تومان خریده ام. سعی کنید با شنیدن پاسخ های دانش آموزان مجموعه کاملی از مصداق های متنوع پیدا کنید. سؤال ۹ نیز به ایجاد درک و تصور درست از عددهای مختلف در ذهن دانش آموزان کمک می کند.

**توصیه های آموزشی**

۱- خواندن و نوشتن عددهایی مثل ۳۰۱۰۷۰ که در آن ارزش بعضی رقم ها صفر است را تمرین کنید.

۲- نوشتن گستردهٔ عددهای فوق و تبدیل شکل گسترده به یک عدد و قرار دادن آن در جدول ارزش مکانی نیز توصیه می شود.

۳- در این درس به موازات هم تمرین ها و سؤال هایی برای سبک های یادگیری دست ورز، تصویر و کلامی طرح کنید تا دانش آموزان با سبک های یادگیری مختلف، مفاهیم مربوطه را یاد بگیرند.

٤- توصیه می شود به رابطهٔ بین ارزش های مختلف توجه شود. در این خصوص تمرین های فرضی با دانش آموزان انجام دهید. برای مثال ۱۰ تا ۱۰ هزار تا یک صد هزارتایی درست می کند، هم چنین ۱۰۰ تا هزار تا نیز یک دسته ۱۰۰ هزار تایی درست می کند. ۲۰ هزار، ۲۰ تا هزارتایی یا ۲ تا هزارتایی است. دویست هزار، ۲۰ تا ۱۰ هزارتایی یا ۲ تا صد هزارتایی است.

**بدفهمی های رایج دانش آموزان**

یکی از بدفهمی های رایج خواندن و نوشتن عددهای تا ٦ رقم است که بعضی از رقم های آن صفر باشد. برای مثال دانش آموزان برای خواندن عدد ۳۰۱۰۷۰ دچار مشکل می شوند و یا اگر گسترده آن را بنویسید، در عدد نویسی با ارقام دچار مشکل می شوند. در این صورت کار با ابزارهای معمولی مثل مکعب های چینه، چرتکه، پول و هم چنین رسم شکل توصیه می شود.

## الگوها

**هدف:**

۱- الگوها با رابطهٔ ضرب بین عددها را کشف کند و ادامه دهد.

۲- رابطهٔ بین الگوهای عددی و هندسی را کشف و تعمیم دهد.

۳- روش های مختلف بیان رابطهٔ بین عددها و شکل را درک کرده و توضیح دهد.

٤- الگوهای هندسی را به الگوهای عددی تبدیل کند و به کمک آن جمله های بعدی الگو را پیدا کند.

٥- محاسبهٔ ذهنی جمع و تفریق و ضرب عددها را در سطح تمرین های مطرح شده در کتاب انجام دهد.

**ابزار مورد نیاز:**

۱- شکل های هندسی یا مهره یا دکمه برای نمایش الگوهای هندسی

۲- صفحهٔ شطرنجی مربعی برای رسم الگوهای هندسی

۳- چوب کبریت یا میله های شمارش برای ساختن الگوهای هندسی

**روش تدریس:**

هدف کلی این درس کشف رابطهٔ بین عددها و شکل در یک الگو و بیان آن و تعمیم دادن برای پیدا کردن جمله های بعدی الگو است. به عبارت دیگر قرار نیست برای پیدا کردن شکل ششم شکل های چهارم و پنجم و ششم را رسم کنیم تا شکل ششم مشخص شود، بلکه می خواهیم با کشف رابطهٔ بین شکل ها آن را تعمیم داده و شکل شمارهٔ ششم یا هر شمارهٔ دیگر را مستقیم رسم کنیم. علاوه بر آن الگوهایی که با ضرب یا تقسیم ساخته می شوند، نیز مطرح می شود.

درس را با ساختن الگوهای مختلف با شکل های هندسی یا چوب کبریت شروع کنید. ساختن الگو ضمن دادن انگیزه به دانش آموزان آنها را برای بیان رابطهٔ بین شکل ها و یا عددها آماده می کند. هم چنین برای ایجاد آمادگی جهت رسیدن به هدف اصلی با یادآوری الگوهایی که با جمع یا تفریق ساخته می شوند شروع کنید ،سپس الگوهای ضرب و تقسیم را با کمک فعالیت کتاب مطرح کنید.

فعالیت اول درس با یادآوری الگوهای جمع شروع می شود. سپس ۲ الگوی ضرب در ۲ و ضرب در ۳، هم به صورت عددی و هم به صورت شکل مطرح می شود. در کار در کلاس نیز الگوهای عددی ضرب و تقسیم مرور می شود.

فعالیت دوم این درس بسیار مهم و تعیین کننده است. انجام آن ممکن است یک زنگ کامل را به خود اختصاص دهد. در اجرای این فعالیت نقش معلم به عنوان هدایت کننده، تسهیل کننده و شنونده بسیار اهمیت دارد. می توانید به کمک مهره یا دکمه یا وسایل دیگر (مثل درب بطری ها) الگوی مورد نظر را بسازید و یا از دانش آموزان بخواهیم الگو را بسازند. سپس از آنها بخواهید ساختن شکل ها را ادامه دهند و توضیح دهند چگونه شکل چهارم یا پنجم را می سازند (یا روی کاغذ می کشند). پس از آنکه از دانش آموزان خواستید که روش خود را برای دوست همکلاسی خود توضیح دهد و شما هم به روش های دانش آموزان گوش کردید آنها را به انجام فعالیت کتاب ارجاع دهید. از آنها بخواهید ٤ روش مطرح شده را مطالعه کنند و در مورد این روش ها باهم گفت و گو کنند و توضیح شفاهی دهند که در هر راه حل چگونه تعداد دایره های شکل هفتم پیدا شده است. رنگ ها و خطوط رسم شده دور دایره ها برای درک بهتر این موضوع هستند.

در روش سعید دسته های دوتایی ساخته می شود و یک دایره نیز اضافه می ماند. در روش امید شکل های بالا و پایین جداگانه دسته بندی شده اند. فرید یک دستهٔ سه تایی را کنار گذاشته و هر بار یک دسته دوتایی به آن اضافه می کند. در راه حل فرید نیز یک دایره به هر شکل اضافه شده تا دسته های دوتایی ساخته شده و در انتها آن دایرهٔ اضافه شده از تعداد کل، کسر شده است.درانش آموزان را تشویق کنید که  راه حل های مشابه را بیان کنند و مثل این ٤ دانش آموز روش های خود را نشان دهند و به صورت عددی بیان کنند. در مورد ویژگی های هر روش با دانش آموزان صحبت کنید و نظر آنها را بپرسید. سپس از آنها بخواهید کار در کلاس را حل کنند. سؤال دوم کار در کلاس که مانند فعالیت روش های مختلف را بیان کرده است مهم بوده و تبدیل آن به یک جدول عددی به درک بهتر رابطهٔ بین عددها و شمارهٔ شکل ها کمک می کند.

در قسمت تمرین نیز سؤال اول در راستای فعالیت و کار در کلاس بوده و انتظار می رود دانش آموزان با روش های متنوع به آن پاسخ دهند.

## حل بعضی از تمرین ها

در تمرین یک روش های مختلفی می توان بیان کرد برای مثال می توان یک مربع به هر شکل اضافه کرد تا مستطیل هایی به ترتیب ۳ × ۲ و ٤ × ۳ و ۳ × ٤ و ... ساخته شود و در انتها باید یک مربع کامل را از آنها کم کنیم بنابراین شکل چهارم ۱ − ۳ × ٥ خواهد شد.

در سؤال دوم نیز می توان یک چوب کبریت در نظر گرفت و در هر مرحله دو چوب کبریت به صورت زیر به آنها اضافه کرد.

بنابراین در شکل ششم خواهیم داشت: $۱ + ٦ \times ۲ = ۱ + ۱۲ = ۱۳$

در تمرین سوم همیشه تعداد گیره ها یکی کمتر از تعداد دایره هاست، بنابراین برای اتصال ۱۲ دایره به ۱۱ گیره نیاز داریم. در تمرین چهارم نیز واحد اول را می توان با ٥ چوب کبریت به شکل زیر درست کرد.

سپس برای هر دفعه ۳ چوب کبریت به شکل مقابل به آن اضافه کرد.

سپس در شکل ٦ یا ٦ دفعه باید ٥ تا ۳ چوب کبریت، واحد اول که ٥ چوب کبریت داشت اضافه کرد یعنی:

$٥ + ٥ \times ۳ = ٥ + ۱٥ = ۲۰$

در تمرین ٥ بهتر است دانش آموزان شکل های پنجم و ششم را رسم کرده، تعداد دایره ها را بشمارند.

## توصیه های آموزشی

۱- در انجام فعالیت های این درس صبور باشید. از مستقیم گویی پرهیز کنید. با دانش آموزان زحمت دهید تا روش های خود را بیان کنند.

۲- دانش آموزان از یکدیگر بهتر یاد می گیرند. به آنها زحمت دهید تا الگوها را برای یکدیگر توضیح دهند.

۳- دانش آموزان را به ارائه راه های مختلف غیر از روش های مطرح شده در کلاس تشویق کنید.

٤- قسمت محاسبهٔ ذهنی اهمیت زیادی دارد علاوه بر تمرین های این قسمت شما نیز تعدادی تمرین طرح کنید تا دانش آموزان در کلاس درس به محاسبهٔ ذهنی بپردازند.

## بدفهمی های رایج دانش آموزان

۱- یکی از مهم ترین بد فهمی ها این است که دانش آموزان تعداد شکل های بعدی یک الگو را درست تشخیص می دهند اما در رسم شکل، الگو و نظم خاصی را رعایت نمی کنند. به نمونهٔ زیر توجه کنید. شکل چهارم توسط یک دانش آموز کشیده شده است:

همان طور که ملاحظه می شود این دانش آموز تعداد شکل ها (۱۰ دایره) را درست تشخیص داده است اما شکل چهارم را درست نکشیده و در آن رابطهٔ بین شکل چهارم و شکل های قبلی دیده نمی شود.

۲- یکی دیگر از اشکالات رایج دانش آموزان این است که بین دو عدد اول یک الگو یا شکل های اول و دوم یک الگوی هندسی رابطه ای بر قرار می کنند و بر اساس آن الگو را ادامه می دهند در حالی که این رابطه برای عددهای بعدی یا شکل های بعدی آن الگو صادق نیست به مثال زیر توجه کنید.

دانش آموزی بین دو عدد اول و دوم این الگو رابطه ای یکی اضافه شدن را تشخیص داده و با توجه به آن عدد بعدی الگو که مورد نظرات را ٥ نوشته است. در حالی که این رابطه بین عددهای ۲ و ٤ وجود ندارد.

در این مواقع دانش آموزان را به این نکته توجه دهید که رابطهٔ کشف شده باید بین تمام عددهای نوشته شده صادق باشد.

## ماشین ورودی - خروجی

**هدف:**

۱- درک مفهوم ماشین ورودی و خروجی به عنوان عملگر روی عدد ورودی.

۲- درک ماشین ورودی - خروجی که باضرب یا تقسیم کار می کند.

۳- درک رابطهٔ بین ماشین ورودی - خروجی با رابطه های ریاضی مثل محیط و مساحت.

٤- درک رابطهٔ بین ماشین ورودی - خروجی با مفهوم متناسب.

٥- درک ماشین های ورودی - خروجی ترکیب جمع، تفریق، ضرب و تقسیم.

٦- محاسبهٔ خروجی یک ماشین بر اساس کاری که انجام می دهد.

**ابزار مورد نیاز:**

۱- جعبه ای که درون آن شخص نیست. (به جای ماشین ورودی و خروجی)

۲- شکل های هندسی برای نمایش ورودی و خروجی با شکل.

**روش تدریس:**

هدف کلی این درس بیان ماشین های ورودی و خروجی است که با ضرب و تقسیم کار می کنند و پس از آن با توجه با سابقهٔ قبلی دانش آموزان در مورد جمع و تفریق می توان ماشین های ترکیبی نیز طراحی کرد. این درس در ریاضیات اهمیت فوق العاده ای دارد. زمینه ساز درس جبر، تابع تناسب و معادلات خطی است. ضمن آنکه به بهانهٔ ماشین های ورودی و خروجی ضرب و تقسیم های یک رقمی که در سال گذشته نیز تدریس شده است مرور می شود.

یک جعبه که درون آن مشخص نیست را به کلاس بیاورید. به دانش آموزان بگوئید این جعبه می تواند هر کاری که روی نوشته شود را انجام دهد. برای مثال روی آن بنویسید «با ۲ جمع کن» سپس با دانش آموزان تمرین کنید که اگر عددهای مختلفی وارد این جعبه شود چه عددهایی خارج می شدند.

پس از اینکه نمونه های جمع و تفریق تمرین و مرور شد روی جعبه بنویسید «در ۳ ضرب کن» به این ترتیب چند نمونه ماشین های ورودی - خروجی با ضرب یا تقسیم را تمرین کنید. در این بین، جدول ضرب را تمرین و مرور کنید. تمرین «در ۳ ضرب کن» را با مفهوم محیط مثلث متساوی الاضلاع ارتباط دهیدو فعالیت اول این درس را انجام دهید. روی جعبهٔ خود می توانید بنویسید «ماشین محیط یاب مثلث متساوی الاضلاع» و تمرین های ذهنی قبل را یادآوری کنید. در این فعالیت درک این موضوع اهمیت دارد که منظور از ورودی همان اندازهٔ ضلع مثلث و خروجی همان محیط مثلث است.

در کار در کلاس این بخش مفاهیم و شکل های ماشین و ... حذف شده و مفهوم ماشین ورودی - خروجی به صورت مجرد مطرح شده و در دو قالب ارائه می شود. در تمرین اول آن یک عدد ورودی و یک عدد خروجی داریم و در تمرین دوم یک ماشین با چند ورودی و چند خروجی داده شده است. در اینجا برقراری تناظر یک به یک بین ورودی و خروجی ها اهمیت دارد.

در فعالیت دوم رابطهٔ بین محیط و ضلع مربع با ماشینی که عددها را در ٤ ضرب می کند و هم چنین با جدولی که رابطهٔ بین ضلع و محیط را نشان می دهد (دانش آموزان در سال آینده یاد می گیرند که این جدول، جدول تناسب است) در زیر ستون سمت چپ که ورودی است دانش آموزان باید بنویسند ضلع مربع و ستون سمت راست که خروجی است، همان محیط مربع است.

در کار در کلاس این قسمت نیز علاوه بر تمرین همان مفهوم ماشین ورودی - خروجی، نمونه ای از بدفهمی های دانش آموزان مطرح شده است.

فعالیت سوم این درس اختصاص به ترکیب جمع و تفریق با ضرب و ساختن ماشین های ورودی- خروجی ترکیبی دارد. در اینجا علاوه بر درک کاری که ماشین انجام می دهد دانش آموزان محاسبهٔ ذهنی را نیز تمرین می کنند. در کار در کلاس نیز هدف همان محاسبهٔ ذهنی است. برای مثال دانش آموزعدد یک را در ۲ ضرب سپس یکی از آن کم می کند و در این ردیف ستون خروجی می نویسد.

در فعالیت و کار در کلاس این قسمت تمام ماشین ها چند ورودی و چند خروجی دارند و برقراری تناظر یک به یک بین هر ورودی و خروجی متناظر آن اهمیت دارد.

**حل بعضی از تمرین ها**

در تمرین اول رابطهٔ بین جدول تناسب و ماشین ورودی - خروجی مطرح شده است تا زمینه برای درس سال آینده دانش آموز در مورد نسبت تناسب فراهم شود. در تمرین دوم خروجی ها داده شده و از آنها ورودی خواسته شده است. در این تمرین ها هدف رابطه های برگشتی است و به تقویت محاسبه های ذهنی کمک می کند. در قسمت سوم (سمت راست) برای پیدا کردن ورودی متناظر عدد ۱۳ ابتدا باید ۱۵ و سپس عدد ۵ با رابطه های بازگشتی (جمع و تفریق و تقسیم در مقابل ضرب) پیدا می شود.

در تمرین سوم ماشین های ورودی و خروجی با شکل ها مطرح شده است.

**توصیه های آموزشی**

۱- از دانش آموزان بخواهید رابطهٔ بین عددهای ورودی و خروجی را به صورت کلامی توضیح دهند.

۲- پس از آن که توضیح کلامی آنها شکل گرفت، از دانش آموزان بخواهید رابطه را به زبان و انشاء خود بنویسند.

۳- در ماشین های ورودی - خروجی که چند ورودی و چند خروجی دارد، برقراری تناظر یک به یک اهمیت دارد.

**بدفهمی های رایج دانش آموزان**

۱- ممکن است دانش آموزان نتوانند با کمک رابطهٔ بین ورودی و خروجی در قالب ماشین و یا جدول، عدد مورد نظر (خروجی یا ورودی) را پیدا کنند و رابطهٔ بازگشتی را تشخیص ندهند. نمونه ای از این بدفهمی ها در کار در کلاس مربوط به محیط مربع دیده می شود.

۲- ممکن است دانش آموزان عددهای مورد نظر (ورودی یا خروجی) را درست پیدا کنند اما نتوانند بین کاری که ماشین انجام می دهد با ورودی و خروجی ها رابطه برقرار کنند. برای مثال متوجه نشوند که ۳ برابرشدن ورودی

می‌توانند همان مفهوم پیدا کردن محیط مثلث متساوی الاضلاع است و در این مثال ورودی ضلع و خروجی محیط است. این بدفهمی ناشی از عدم درک مفهوم متغیر است و در این سن طبیعی به نظر می‌رسد. لذا در این خصوص صبور باشید تا به مرور مفهوم مورد نظر در ذهن دانش آموزان شکل بگیرد.

## معرفی میلیون

### هدف:

۱- آشنایی با مفهوم یک میلیون و درک اندازهٔ آن با مصادیق مختلف.

۲- درک طبقهٔ میلیون.

۳- خواندن و نوشتن عددهای تا ۹ رقم و قرار دادن آنها در جدول ارزش مکانی.

٤- داشتن درک و تصور از عددهای طبقهٔ میلیون با بیان مصادیق مختلف.پ

٥- مقایسهٔ عددها با طبقهٔ میلیون و انجام نمونه‌هایی از جمع و تفریق.

٦- نوشتن گستردهٔ عددها و یا تبدیل گسترده به یک عدد.

### ابزار مورد نیاز

۱- مکعب‌های کوئینز نر.

۲- نمونه‌های اسکناس‌های مختلف.

۳- چرتکهٔ عددنویس.

### روش تدریس:

هدف اصلی این درس آموزش مفهوم میلیون، عددنویسی با طبقهٔ میلیون و ایجاد درک و تصور از این عددهاست. ضمن آنکه جدول ارزش مکانی، مقایسه و جمع و تفریق عددها نیز مطرح می‌شود شروع این درس دقیقاً مشابه همان کاری است که برای آموزش عدد ۱۰۰ در کلاس دوم و ۱۰۰۰ در کلاس سوم اتفاق افتاده است. می توانید با مراجعه به آن کتاب‌ها روش تدریس خود را کامل‌تر کنید. همان طور که در درس اول این فصل مطرح

شد. دانش آموز یک مکعب هزار، ۱۰ تا از آنها یعنی ۱۰،۰۰۰ و ده تا دوهزار تایی یعنی ۱۰۰،۰۰۰ را دیده‌اند. حال می‌توانند با کنار هم گذاشتن ۱۰تا صدهزار تایی یک مکعب بزرگ که از ۱۰۰۰ تا مکعب ۱۰۰۰ تایی تشکیل شده بسازند و به آن میلیون بگویند. مفهوم سازی میلیون ۲ بار اتفاق می‌افتد یک بار به صورتی که در بالا مشاهده شده و مرتبهٔ دوم در جدول ارزش مکانی. برای آموزش قسمت اول می‌توانیم مانند کتاب، الگوهای عددهای مختلف را نیز دنبال کنیم یا از اسکناس و پول استفاده کنیم. برای آموزش مرحلهٔ دوم نیز چرتکه مناسب است چرا که به راحتی به جدول ارزش مکانی تبدیل می‌شود.

فعالیت اول این درس با همین هدف طراحی شده است. در سؤال‌های ۱ تا ٤ آموزش مرحلهٔ اول و در سؤال های ٥ و ٦ آموزش جدول ارزش مکانی صورت می‌پذیرد.

در سؤال ٤ الگوهای عددی ۱۰۰هزار تا ۱۰۰هزار تا و الگوی اضافه شدن ۱۰ هزار تا و در فعالیت الگوی اضافه شدن ۱۰۰۰ تایی تمرین می‌شود و به این ترتیب از سه طریق به عدد میلیون می‌رسیم. در تمرین ٥ انطباق چرتکه و جدول ارزش مکانی مطرح شده است.

در کار در کلاس این قسمت خواندن و نوشتن عددها و قرار دادن در جدول ارزش مکانی تمرین می شود. در سؤال های ٤ و ٥ ساختن عددهای تقریبی مطرح شده است.

در فعالیت بعدی مقایسه دو عدد با سه صورت (اسکناس، چرتکه و عددی) طرح شده تا موضوع مقایسه برای دانش آموزان مطرح شود. در این قسمت توجه شما را به ارتباط بین عددهای تقریبی، گسترده نویسی و روش مقایسه عددها جلب می کنیم. وقتی به رقم یکان میلیون دو عدد توجه می کنیم در واقع آن عدد را با حذف ٦ رقم دیگر تقریب زده ایم یا اینکه آن را به صورت گسترده فرض کرده و ارزش رقم میلیون را جدا کرده ایم. به مقایسه دو عدد زیر توجه کنید.

۷۳٤۰۰۰۰ ◯ ۷٤۲۰۰۰۱

۷/۰۰۰/۰۰۰ ◯ ۷/۰۰۰/۰۰۰

۷/۰۰۰/۰۰۰ + ۳٤۰۰۰۰ ◯ ۷/۰۰۰/۰۰۰ + ٤۲۰۰۰۱

در کار در کلاس نیز مقایسه تمرین می شود. در قسمت پایین صفحه کار با ماشین حساب یادآوری شده است. یعنی در محاسبه با عددهای بزرگ از ابزار ماشین حساب برای افزایش سرعت و دقت استفاده می کنیم.

## حل بعضی از تمرین ها

چهار تمرین اول این درس اختصاص به ایجاد درک و تصور درست از عددها تا طبقهٔ میلیون دارد. در سؤال اول در یک مجله ۱۰۰۰ نیم ؟؟؟؟؟؟؟ وجود خواهد داشت. در سؤال دوم یک میلیون نفر یعنی ۱۰ تا استادیوم ۱۰۰/۰۰۰ نفری و یا ۱۰۰ تا خیابان ۱۰/۰۰۰ نفری.

در سؤال سوم سعی کنید با توجه به عملگرها مصادیق قابل درک را برای دانش آموزان مطرح کنید. برای مثال کتاب های کتابخانهٔ مدرسه را مثال بزنید. یا به جای شهر اصفهان می توانید از شهر محل اقامت دانش آموزان خود مثال بزنید تا آنها از عدد بیان شده درک واقعی و عینی پیدا کنند.

## توصیه های آموزشی

۱- خواندن و نوشتن عددها تا طبقهٔ میلیون مهم و ضروری است. تعداد تمرین های کتاب در این درس برای کسب مهارت کافی نیست. شما می توانید مشابه کتاب درسی نمونه های دیگری را مثال بزنید.

۲- از خواندن و نوشتن عددها مهم تر داشتن درک و تصور درست، از بزرگی و کوچکی عددها است. سعی کنید مصادیق مختلف و متنوع از موارد قابل مشاهده برای دانش آموزان خود مثال بزنید. برای مثال در یک روستا تعداد گاوها و گوسفندها برای درک عددها مناسب است. یا در یک شهر کوچک جمعیت می تواند مثال مفیدی باشد. هم چنین پول و ارزش کالاها نیز برای دانش آموزان قابل درک است.

۳- جمع و تفریق های از سمت چپ نیز به نوعی به همان مفاهیم تقریب زدن و گسترده نویسی مربوط می شود. در جمع زیر ابتدا باید ۳ میلیون و سپس ۲۰۰ هزارتا به عدد بالایی اضافه کرد.

٤٧٣٧٨٢١

+۳۲۰۰۰۰۰

## بدفهمی‌های رایج دانش آموزان

۱- یکی از مواردی که دانش آموزان را دچار بدفهمی می‌کند، درک رابطهٔ بین ارزش های مختلف یک عدد است. برای مثال ۱۰ تا ۱۰ هزارتایی یک صد هزارتایی را درست می‌کند و یا ۱۰۰۰ تا ۱۰۰۰ تایی یک میلیون را درست می کند. برای اینکه به درک بهتر این موضوع کمک کنید علاوه بر کار با مکعب‌های کوئینزنر و یا پول می‌توانید از رابطهٔ ضرب نیز کمک بگیرید.

تا تایی

یک میلیون ۱۰ × ۱۰۰.۰۰۰ = ۱۰۰۰.۰۰۰

۲- در تقریب زدن بعضی از دانش آموزان وقتی رقم‌هایی را حذف می‌کنند به جای آن صفر نمی گذارند. برای مثال عدد ۲۳۳۷۲۱ با حذف طبقهٔ یکی می شود ۲۳۳۰۰۰ در حالی که بعضی از دانش آموزان آن عدد را ۲۳۳ می نویسند.

۳- رابطهٔ بین ریال و تومان و استفاده از اسکناس در آموزش عددها نیز ممکن است دانش آموزان را دچار بدفهمی کند. برای مثال اسکناس ده هزار تومانی (که به طور معمول بچه ها آن را می شناسند) به جای ۱۰۰ هزارتایی قرار می گیرد.

٤- گسترده نویسی عددهایی که بعضی از رقم های آن صفر است نیز تعدادی از دانش آموزان را با شکل مواجه می کند.

# مرور فصل

### فرهنگ نوشتن

در این قسمت توصیه می شود دانش آموزان با کلمات و عبارت های خود توضیحات مورد نظر را بنویسند، از دیکته گفتن و بیان جملات یکسان و کلیشه ای پرهیز کنید. از دانش آموز بخواهید متن خود را برای دوستش بخواند. به این ترتیب دوست او می تواند مشخص کند که متن خوانده شده به قدر کفایت، گویا و مشخص هست یا نه. تعداد سؤال ها نسبت به کتاب دوم و سوم دبستان افزایش پیدا کرده و انتظار می رود دانش آموزان با تجربهٔ کسب شده در سال های قبل بتوانند متن های بهتر بنویسند و کم کم یاد بگیرند که از درس های آموخته شده یک خلاصه درس تهیه کنند.

### تمرین

در تمرین های این قسمت ضمن مرور مطالب فصل، مفاهیم مختلف آن را با هم ترکیب کرده است.

سؤال های ۳ و۵ که به طرح مسئله توسط دانش آموزان می پردازد، سؤال ٦ که یک تمرین واگرا است، سؤال های ۸ و ۹ و ۱۰ و ۱۱ که به درک و تصور دادن از عددها کمک می کند و سؤال ۱۱ که رابطهٔ بین ارزش مکانی را مشخص می کند، اهمیت ویژه ای دارند.

### معما و سرگرمی

موضوع گره ها و تحلیل آنها از مباحث جالب ریاضیات است که کاربردهای زیادی هم دارد. ضمن آنکه به تجسم و تصویر سازی ذهنی دانش آموزان نیز کمک می کند. در این سرگرمی هدف دنبال کردن یک خط و عبور از خط های دیگر و رسیدن به نقطهٔ اول است. این مسیریابی توانایی تجسم دانش آموزان را ارتقاء می دهد.

## فرهنگ خواندن

هدف از قسمت فرهنگ خواندن این است که دانش آموزان مهارت خواندن همراه با درک و فهم خود را در موضوعات ریاضی توسعه دهند تا کم کم بتوانند به عنوان یک یاد گیرندهٔ مادام العمر از این مهارت برای یادگیری مفاهیم و نکات جدید در درس ریاضی کمک بگیرند. در واقع این مهارت ابزاری است برای یاد گرفتن و تلاش می شود دانش آموزان چگونه یاد گرفتن را بیاموزند و تجربه کنند. برای مثال در این قسمت یاد می گیرند که برای نمایش عددها روی محور ممکن است بخشی از محور رسم شود چون رسم تمام محور امکان پذیر نیست. هم چنین یاد می گیرند که واحدها و تقسیم بندی محور را چگونه انجام دهند تا امکان نمایش عدد مورد نظر فراهم شود. این کار بعداً در رسم نمودارهای آماری نیز کاربرد دارد.